Mariengymnasium Essen-Werden

Schulinternes Curriculum im Fach Mathematik

auf der Grundlage des Kernlehrplans für die Sekundarstufe II -
Gymnasium in NRW

(Stand: 02.11.2026)

Inhaltsverzeichnis

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit 3
1.1 Kursorganisation und Struktur der gymnasialen Oberstufe 3
1.2 Christlich-katholisches Profil und gelebte Werteerziehung 4
1.3 Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge (MMS, CAS und Tablets) 4
1.4 Individuelle Förderung, Übergangsgestaltung und wissenschaftspropädeutisches Arbeiten 5
1.5 Personale, räumliche und sächliche Ausstattung 6
2 Entscheidungen zum Unterricht 6
2.1 Unterrichtsvorhaben 7
2.1.1 EF 7
2.1.2 Vertiefungskurs in der Einführungsphase 15
2.1.3 Q1 20
2.1.4 Q2 28
2.1.5 Abiturvorbereitung, Vorabiturklausur und Mündliche Abiturprüfungen 35
2.2 Grundsätze der fachdidaktischen und methodischen Arbeit 36
2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung 38
2.4 Lehr- und Lernmittel 41
3 Entscheidungen zu fach- oder unterrichtsübergreifenden Fragen 42
3.1 Fächerübergreifende und fächerverbindende Absprachen in der Sekundarstufe II 42
3.2 Curriculare Eigenprägung des Schulträgers 43
3.3 Wissenschaftsorientierte Wettbewerbe, Facharbeiten und MINT-Schulleben 43
4 Qualitätssicherung und Evaluation 44

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Der Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe am Mariengymnasium Essen-Werden führt die in der Sekundarstufe I begonnene Bildungs- und Erziehungsarbeit fort und vertieft diese mit dem Ziel einer fundierten allgemeinen Hochschulreife. Auf der Grundlage des novellierten Kernlehrplans für die Sekundarstufe II (G9) in Nordrhein-Westfalen zielt der Unterricht auf die Vermittlung einer vertieften mathematischen Bildung ab, die zur reflektierten gesellschaftlichen Teilhabe befähigt, die allgemeine Studierfähigkeit sichert und auf anspruchsvolle berufliche Ausbildungswege vorbereitet. Als Sprache der Naturwissenschaften, der Technik sowie moderner datengestützter Wirtschafts- und Gesellschaftsmodelle eröffnet die Mathematik den Schülerinnen und Schülern ein Verständnis für komplexe systemische Zusammenhänge. Zugleich wird Mathematik als deduktiv geordnetes Gedankengebäude, als lebendige Kulturleistung und als Feld kreativer intellektueller Tätigkeit erfahrbar gemacht.
Die spezifischen Rahmenbedingungen am Mariengymnasium – geprägt durch die kirchliche Trägerschaft des Bistums Essen, das Profil als MINT-freundliche und Digitale Schule sowie das methodische Erbe der parallelen Monoedukation der Erprobungs- und unteren Mittelstufe – prägen die Ausgestaltung der gymnasialen Oberstufe in besonderer Weise.

1.1 Kursorganisation und Struktur der gymnasialen Oberstufe

Die gymnasiale Oberstufe gliedert sich im Bildungsgang G9 in die einjährige Einführungsphase (Jahrgangsstufe EF bzw. 11) sowie die zweijährige Qualifikationsphase (Jahrgangsstufen Q1 und Q2 bzw. 12 und 13). In der Einführungsphase werden in der Regel vier bis fünf parallele Grundkurse im Fach Mathematik eingerichtet. Diese Kursstruktur dient maßgeblich dazu, die aus den unterschiedlichen Klassenverbänden der Sekundarstufe I zusammenkommenden Schülerinnen und Schüler sowie etwaige Neuzugänge anderer Schulformen (z. B. von Realschulen) auf ein gemeinsames, gymnasialen Oberstufenansprüchen genügendes Kompetenzniveau zu führen. Aus den Grundkursen der Einführungsphase erwachsen für die zweijährige Qualifikationsphase in der Regel zwei Leistungskurse (fünfstündig) sowie vier Grundkurse (dreistündig), wodurch ein stabiles, differenziertes Kurssystem bis zum Abitur gewährleistet ist.

Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt der Schule statt. Das Kursblockungstableau sieht für dreistündige Grundkurse in der Einführungs- und Qualifikationsphase jeweils eine Doppelstunde (90 Minuten) und eine Einzelstunde (45 Minuten) pro Woche vor. Die fünfstündigen Leistungskurse der Qualifikationsphase werden grundsätzlich in zwei Doppelstunden und einer Einzelstunde unterrichtet. Diese Rhythmisierung begünstigt in den Doppelstundenphasen längere, kognitiv anspruchsvolle Erarbeitungs- und Modellierungszyklen, das Durchführen von Schülerexperimenten und Software-Erkundungen sowie Phasen selbstständiger kooperativer Problemlösung, während die Einzelstunden gezielt zur Übung, Wiederholung und Hausaufgabenbesprechung genutzt werden.

Mit dem Eintritt in die gymnasiale Oberstufe vollzieht sich zugleich die vollständige curriculare Konsolidierung des koedukativen Lernens, das nach vierjähriger paralleler Monoedukation (Klassen 5 bis 8) bereits in den Klassen 9 und 10 erfolgreich angebahnt wurde. Die Kurszusammensetzungen in der Sekundarstufe II nutzen die geschlechterübergreifenden Synergien bewusst: Die in den Vorjahren bei Schülerinnen und Schülern akzentuierten Stärken – wie sorgfältige Dokumentation, präzises Zeichnen, heuristischer Erfindergeist und rechnerische Kalkülfestigkeit – werden in heterogenen Arbeitsphasen

zusammengeführt. So entsteht eine offene, von gegenseitigem Vertrauen geprägte Arbeitsatmosphäre, die Mädchen und Jungen gleichermaßen zur Wahl von Leistungskursen und mathematisch-naturwissenschaftlichen Schwerpunktsetzungen ermutigt.

1.2 Christlich-katholisches Profil und gelebte Werteerziehung

Als Gymnasium in Trägerschaft des Bistums Essen gründet das Mariengymnasium seinen Bildungs- und Erziehungsauftrag auf dem christlichen Menschenbild und dem Schulleitbild „Wir bekennen Farbe – Für Toleranz und Vielfalt und gegen Rassismus“. Für die Fachschaft Mathematik in der Sekundarstufe II bedeutet dies, dass junge Erwachsene in ihrer individuellen Persönlichkeit, ihren intellektuellen Talenten und ihren persönlichen Lernbiografien uneingeschränkt anerkannt und gefördert werden. Der Oberstufenunterricht versteht sich nicht als auslesender Hürdenlauf, sondern als ermutigender Raum wissenschaftspropädeutischer Reifung, in dem die Freude an geistiger Anstrengung, an logischer Klarheit und an der Überwindung von Denkwiderständen im Vordergrund steht.

Ein wesentlicher Ausdruck dieses Profils ist eine konsequent praktizierte, fehlersensible Lernkultur: Mathematische Irrtümer, unvollständige Gedankenfragmente oder Umwege werden im Unterrichtsgespräch nicht negativ sanktioniert, sondern wertschätzend als unverzichtbare, produktive Erkenntnisanlässe für die gesamte Lerngruppe gewürdigt. In kooperativen Lernphasen der Oberstufe wird eine Haltung gelebter Solidarität und gegenseitiger Verantwortung eingefordert. Leistungsstärkere Lernende unterstützen Mitschülerinnen und Mitschüler bei Verständnisschwierigkeiten und schärfen dabei ihre eigene Fach- und Kommunikationskompetenz; zugleich lernen alle Beteiligten, fachliche Kritik stets sachbezogen, respektvoll und konstruktiv zu formulieren. Die übergeordneten ethischen und gesellschaftlichen Reflexionsdimensionen (Verantwortung für die Schöpfung bei Wachstumsmodellen, theologische Deutung von Kontingenz und Zufall sowie Modellierungskritik) werden auf dieser wertebasierten Grundlage in spezifischen fachübergreifenden Modulen entfaltet (siehe Kapitel 3).

1.3 Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge (MMS, CAS und Tablets)

Der Kernlehrplan Mathematik für die Sekundarstufe II fordert verbindlich den reflektierten Einsatz eines modularen Mathematiksystems (MMS), das Funktionen zur Computeralgebra (CAS), Dynamischen Geometrie (DGS), Tabellenkalkulation sowie Funktionenplotter und Stochastik-Simulationen in sich vereint. Gemäß dem Grundsatzbeschluss der Fachkonferenz Mathematik erfolgt die verbindliche informationstechnische Grundversorgung der Sekundarstufe II am Mariengymnasium Essen-Werden durch das grafik- und algebrafähige Computeralgebrasystem Casio ClassPad II (Handheld-Rechner). Die Beibehaltung dieses dedizierten CAS-Rechners gewährleistet eine absolut rechts- und manipulationssichere Prüfungs- und Klausurumgebung für alle schriftlichen Leistungsüberprüfungen bis hin zum Zentralabitur, da softwarebasierte Tablet-Lösungen in Klausuren derzeit keine vergleichbar zuverlässige Absicherung gegen unerlaubte Hilfsmittel und Netzverbindungen bieten.

Ergänzend zu den CAS-Rechnern werden die schuleigenen iPads im Fachunterricht der Oberstufe gezielt dort eingesetzt, wo ihr großes Display und die interaktive Touch-Bedienung den visuellen Erkenntnisgewinn optimal unterstützen. Hierzu gehört vor allem der Einsatz der Software GeoGebra (DGS und 3D-Grafik) bei der dynamischen Untersuchung von Funktionsscharen und Parametervariationen in der Analysis sowie zur räumlichen Veranschaulichung von Vektoren, Geraden, Ebenen und Schnittgebilden in der Analytischen

Geometrie. Darüber hinaus wird Microsoft Excel auf den Tablets und in den Informatikräumen für komplexe Datenerhebungen, Wachstumsiterationen und stochastische Simulationen herangezogen.

Verankerung des hilfsmittelfreien Rechnens: Der intensive Einsatz moderner Rechenwerkzeuge entbindet keineswegs von der Pflicht zur Beherrschung elementarer algebraischer und numerischer Grundfertigkeiten. Um einem unkritischen 'Black-Box-Glauben' vorzubeugen und die im Zentralabitur geforderten Basiskompetenzen zu sichern, ist das verständige hilfsmittelfreie Rechnen durchgängiger Bestandteil des Fachunterrichts. Rechengesetze, Ableitungs- und Stammfunktionsregeln ganzrationaler Funktionen sowie lineare Gleichungssysteme mit geringem Rechenaufwand werden systematisch von Hand geübt. Dementsprechend enthalten alle Klausuren der Sekundarstufe II ab der Einführungsphase verbindlich einen hilfsmittelfreien Teil A, der ca. 20 bis 30 % der Gesamtpunktzahl umfasst und vor der Ausgabe des CAS-Rechners selbstständig bearbeitet werden muss.

1.4 Individuelle Förderung, Übergangsgestaltung und wissenschaftspropädeutisches Arbeiten

Der Eintritt in die gymnasiale Oberstufe erfordert die Kompensation heterogener Eingangsvoraussetzungen. Zu Beginn der Einführungsphase führt die Fachschaft standardisierte Eingangsdiagnosen auf Basis der Lehrwerksmaterialien des Lambacher Schweizer durch. Auf dieser Grundlage werden gezielte Kompensationsmaßnahmen eingeleitet. Ergänzend zum dreistündigen Grundkursunterricht richtet die Schule bei entsprechendem Bedarf zweistündige Vertiefungskurse im Fach Mathematik ein. Diese Kurse sind von der Notengebung entkoppelt und widmen sich der intensiven Festigung arithmetischer und algebraischer Basiskompetenzen (Bruchrechnung, Potenzgesetze, Termumformungen, Gleichungslösen, Funktionsverständnis). Zudem greift das bewährte schulische Programm „Schüler:innen helfen Schüler:innen“, bei dem qualifizierte Oberstufenschülerinnen und -schüler jüngeren Lernenden im Tandem oder in Kleingruppen fachliche Hilfestellung leisten.

In den Jahrgangsstufen Q1 und Q2 werden die Schülerinnen und Schüler schrittweise an universitäre und wissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen herangeführt. Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz ersetzt die Facharbeit in der Jahrgangsstufe Q1.2 die erste Klausur im zweiten Halbjahr für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als Klausurfach belegt haben und ihre Facharbeit im Fach Mathematik schreiben. Die Fachschaft vergibt anspruchsvolle, forschungsorientierte Themenstellungen, die über das rein schematische Nachvollziehen des Unterrichtsstoffs hinausgehen: Hierzu zählen mathematische Modellierungen realer Phänomene (z. B. epidemiologische Wachstumsmodelle, Flugbahnkurven, Brückenkonstruktionen), kombinatorische und spieltheoretische Analysen, historische Problemstellungen der Analysis oder Vertiefungen in die numerische Mathematik.

Um mathematische Exzellenz systematisch zu fordern, ist die Teilnahme am internationalen Teamwettbewerb 'Macht Mathe' (Alympiade und B-Tag der Universität Utrecht / Freudenthal-Institut) für alle Schülerinnen und Schüler der Mathematik-Leistungskurse verbindlich in den Unterricht integriert. Dieser offene Modellierungswettbewerb erfordert das mehrstündige, teamorientierte Durchdringen komplexer lebensweltlicher Fragestellungen und führte in den vergangenen Jahren regelmäßig zu erfolgreichen Teilnahmen an den Landes- und Bundesrunden. Interessierten Schülerinnen und Schülern der Grundkurse steht die Teilnahme ebenfalls offen. Ergänzend werden begabte Jugendliche kontinuierlich zur

Teilnahme an der Mathematik-Olympiade (Stadt- und Landesrunde), dem Bundeswettbewerb Mathematik sowie universitären Schülerzirkeln (u. a. der Universität Duisburg-Essen) ermutigt.

1.5 Personale, räumliche und sächliche Ausstattung

Die Fachschaft Mathematik am Mariengymnasium Essen-Werden setzt sich aus zwölf Fachlehrkräften zusammen und wird regelmäßig durch Referendarinnen und Referendare des Zentrums für schulpraktische Lehrerausbildung (ZfsL) Essen verstärkt. Die Fachkonferenz tagt regelmäßig, um curriculare Absprachen, Klausurstandards und Vergleichskorrekturen abzustimmen.

Der Fachunterricht der Sekundarstufe II findet in modern ausgestatteten Kursräumen statt. Alle Räume verfügen über interaktive Promethean Boards, die per Screenshare drahtlos von den Lehrkräften sowie von Schülerinnen und Schülern angesteuert werden können, sowie über klassische Whiteboards bzw. Kreidetafeln, die für die transparente Strukturierung mathematischer Beweise und handschriftlicher Herleitungen unverzichtbar bleiben. Für softwaregestützte Unterrichtsvorhaben mit Microsoft Excel oder CAS-Emulatoren stehen zudem zwei voll ausgestattete Informatikräume mit jeweils 16 bis 20 internetfähigen PC-Arbeitsplätzen zur Verfügung.

Für die Anschaulichkeit und experimentelle Fundierung abstrakter Inhalte greift die Fachschaft auf eine reichhaltig ausgestattete mathematische Fachsammlung zurück. Diese umfasst neben Präzisionszeichengeräten insbesondere dreidimensionale geometrische Körpermodelle, Demonstrationsmodelle zur Vektorgeometrie im Raum (Koordinatensystem-Gerüste zur Visualisierung von Ebenen, Normalenvektoren und Abständen) sowie umfangreiche Stochastik-Materialien (Würfelsätze, Galton-Bretter, Zufallsgeneratoren). Zur Absicherung von Klausuren, zentralen Prüfungen und Abiturprüfungen unterhält die Fachschaft einen schuleigenen Reservebestand an funktionstüchtigen CAS-Rechnern des Typs Casio ClassPad II, die bei Defekt oder Geräteausfall unverzüglich bereitgestellt werden. Zudem organisiert die Fachschaft in Kooperation mit der Schülerschaft eine Rechnerbörse, über die Abiturientinnen und Abiturienten ihre ClassPad-Geräte an nachfolgende Oberstufenjahrgänge weitergeben können.

2 Entscheidungen zum Unterricht

Der Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe am Mariengymnasium Essen-Werden konkretisiert die Vorgaben des Kernlehrplans (G9 NRW) und zielt auf eine vertiefte mathematische Bildung sowie allgemeine Studierfähigkeit ab. In den drei Inhaltsfeldern Funktionen und Analysis, Analytische Geometrie und Lineare Algebra sowie Stochastik werden fachliche Gegenstände systematisch mit den prozessbezogenen Kompetenzen des Operierens, Modellierens, Problemlösens, Argumentierens und Kommunizierens verschränkt und über fundamentale Leitideen (funktionale Zusammenhänge, Linearität, Integration und Grenzwerte) vernetzt.

Die einjährige Einführungsphase dient dabei als gemeinsame Angleichungs- und Orientierungsstufe, während die zweijährige Qualifikationsphase mit Grund- und Leistungskursen eine gezielte Differenzierung bis zum Abitur ermöglicht. Der Unterricht verbindet den reflektierten Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge (*Casio ClassPad II* als verbindliches CAS, *GeoGebra* auf iPads und Excel) mit der

kontinuierlichen Sicherung hilfsmittelfreier Rechen- und Basiskompetenzen, was sich auch verbindlich im hilfsmittelfreien Teil A aller Klausuren widerspiegelt.

2.1 Unterrichtsvorhaben

2.1.1 EF

Die Einführungsphase (Jahrgangsstufe EF) bildet das entscheidende Scharnier zwischen der Sekundarstufe I und der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe im Bildungsgang G9. In der Regel werden am Mariengymnasium Essen-Werden 4 bis 5 parallele Grundkurse (dreistündig) sowie 1 bis 2 zweistündige Vertiefungskurse zur gezielten Kompensation und individuellen Förderung eingerichtet. Der Unterricht in den Grundkursen basiert auf dem eingeführten Lehrwerk Lambacher Schweizer Einführungsphase (Klett Verlag, G9 NRW, ISBN 978-3-12-735471-3). Bei einer Jahresplanung von 32 Unterrichtswochen im dreistündigen Grundkursformat umfasst das Kontingent 96 Unterrichtsstunden, die sich auf die sechs obligatorischen Unterrichtsvorhaben EF-I bis EF-VI verteilen.

Die Taktung der Leistungsüberprüfungen ist in der Regel wie folgt (ist aber von der konkreten Klausurplanung der Oberstufenkoordination abhängig): Im ersten Halbjahr wird Klausur 1 am Ende der Unterrichtsvorhaben EF-I und EF-II geschrieben, während Klausur 2 den Abschluss von UV EF-III bildet. Im zweiten Halbjahr schließt Klausur 3 unmittelbar an das Unterrichtsvorhaben EF-IV an. Alle weiteren Unterrichtsvorhaben (UV EF-V und EF-VI zur Analytischen Geometrie) werden in der landesweiten Zentralen Vergleichsklausur EF am Ende des Schuljahres überprüft. Alle Klausuren besitzen eine Arbeitszeit von 90 Minuten und enthalten verbindlich einen hilfsmittelfreien Prüfungsteil A (ca. 20 bis 30 % der Gesamtpunktzahl) sowie einen CAS-gestützten Prüfungsteil B.

Übersichtsraster der Unterrichtsvorhaben in der Einführungsphase

UV	Thema / Kapitel (Lambacher Schweizer EF)	Inhaltsfeld(er)	Inhaltliche Schwerpunkte (KLP NRW)	Zeitbedarf	Leistungsüberprüfung
EF-I	Kapitel I: Funktionen – Neues und Bekanntes	Funktionen und Analysis (A)	Lineare und quadratische Funktionen, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, trigonometrische Funktionen; Graphenverläufe, Definitions- und Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$; Transformationen (Spiegelung an Achsen, Verschiebung, Streckung); Parametervariation mit MMS/CAS	ca. 20 U-Std.	**Gemeinsam mit EF-II in Klausur Nr. 1**
EF-II	Kapitel II: Ganzrationale Funktionen	Funktionen und Analysis (A)	ganzrationale Funktionen (Polynome); Grenzverhalten für $x \to \pm\infty$ (Dominanz des höchsten Exponenten); Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung; Nullstellenbestimmung durch Ausklammern und Satz vom Nullprodukt; Linearfaktorzerlegung; Transformationen	ca. 14 U-Std.	**Klausur Nr. 1 (am Ende von UV 1 & 2)**
EF-III	Kapitel III: Ableitung	Funktionen und Analysis (A)	Grundverständnis des Ableitungsbegriffs; mittlere Änderungsrate (Differenzenquotient, Sekantensteigung) vs. lokale/momentane Änderungsrate	ca. 18 U-Std.	**Klausur Nr. 2 (am Ende von UV 3)**

			(Ableitung, Tangentensteigung); qualitativer Grenzwertübergang; Ableitungsfunktion und graphisches Ableiten; Ableitungsregeln (Potenz-, Summen-, Faktorregel); Tangenten- und Normalengleichungen; Steigungswinkel		
EF-IV	Kapitel IV: Untersuchung von Funktionen	Funktionen und Analysis (A)	Differentialrechnung: Monotonieverhalten über die 1. Ableitung; lokale und globale Extrema im Definitionsbereich; notwendiges Kriterium (f'(x) = 0) und hinreichende Kriterien (Vorzeichenwechselkriterium, 2. Ableitung); Krümmungsverhalten über f''(x); Wendepunkte; anwendungsbezogene Optimierungsprobleme und Sachkontexte	ca. 20 U-Std.	**Klausur Nr. 3 (am Ende von UV 4)**
EF-V	Kapitel V: Vektoren	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)	Koordinatisierungen des Raumes: dreidimensionale kartesische Koordinatensysteme (R^3), Punkte, Ortsvektoren, Pfeilklassen; Vektoroperationen: Vektoraddition, skalare Multiplikation, Gegenvektor; Eigenschaften von Vektoren: Betrag/Länge eines Vektors, Abstand zweier Punkte über Satz des Pythagoras; Kollinearität; geometrische Figuren im Raum	ca. 9 U-Std.	**fließt in die Zentrale Vergleichsklausur EF ein**
EF-VI	Kapitel VI: Geraden im Raum	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)	Geraden und Strecken im Raum: Parameterform (Stützvektor, Richtungsvektor); Vielfalt von Parametergleichungen einer Geraden; gegenseitige Lagebeziehungen von Geraden (identisch, parallel, sich schneidend, windschief); Schnittpunktbestimmung über lineare Gleichungssysteme (LGS); Modellieren geradliniger Bewegungen und Geschwindigkeiten	ca. 15 U-Std.	**Klausur Nr. 4: Zentrale Vergleichsklausur EF**

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben der Einführungsphase (EF)

Unterrichtsvorhaben EF-I: Funktionen – Neues und Bekanntes

Lehrwerk: Lambacher Schweizer EF, Kapitel I (S. 8–43) | **Zeitbedarf:** ca. 20 Unterrichtsstunden
Inhaltsfeld(er): Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte: Lineare und quadratische Funktionen; Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten ($f(x) = x^n$ für $n \in Z$); trigonometrische Funktionen (Sinusfunktion); Eigenschaften von Funktionen (Graphenverlauf, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$); Transformationen von Funktionen (Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung in x- und y-Richtung, Streckung/Stauchung: $f(x) = a \cdot g(b(x-c)) + d$); Parametervariationen mit MMS/CAS

Inhaltsbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler können… • Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und von	**Operieren:** • übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (Ope-2).	**Fachdidaktische & methodische Zugänge:** • Spiralcurriculare Reaktivierung der Funktionsbegriffe aus Klasse 8 bis 10 (lineare, quadratische und trigonometrische Funktionen);

ganzrationalen Funktionen bestimmen (A-1). • den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Sinusfunktion) erkunden und systematisieren (A-3). • Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) anwenden und die zugehörigen Parameter deuten (A-4).	• führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (Ope-3). • verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (Ope-4). • nutzen Mathematikwerkzeuge (Casio ClassPad II, GeoGebra) zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (Ope-11). • verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen sowie zum Erstellen von Graphen und Wertetabellen (Ope-12). **Modellieren:** • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Mod-1). • übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle (Mod-3). • erarbeiten Lösungen innerhalb des Modells und beziehen diese wieder auf die reale Situation (Mod-5, Mod-6). **Problemlösen:** • setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Pro-7). • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Pro-11). **Argumentieren:** • begründen Lösungswege unter Nutzung mathematischer Regeln und Sätze (Arg-5). • nutzen verschiedene Argumentationsstrategien wie Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern und Widerspruch (Arg-7). • beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit (Arg-12). **Kommunizieren:** • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren fachsprachlich angemessen (Kom-2). • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen begründet Stellung (Kom-12).	• Systematische Entdeckung von Transformationen f(x) = a·g(b(x-c)) + d an Schiebereglern (Vorzeichenwechsel bei x - c vs. + d); • Gegenüberstellung: Potenzfunktionen mit geradem vs. ungeradem Exponenten (Parabel- vs. Hyperbel-/S-Formen), positive vs. negative Exponenten; • Methoden: Think-Pair-Share (TPS), Lerntempoduett (LTD) bei Funktionstransformationen, Placemat (PM). **Medien & Werkzeuge:** • Verbindlicher Einsatz des Casio ClassPad II (Graph & Tabelle, Schieberegler); • GeoGebra auf den schuleigenen iPads zur dynamischen Visualisierung; • Promethean Board via Screenshare; • Regelmäßige Sicherung hilfsmittelfreier Skizzen und Termumformungen via OneNote und auf Papier zur Übung für Klausuren. **Differenzierung & Vertiefungskurs:** • gestufte Hilfekarten zur Parametervariation; Anbindung an Vertiefungskurs EF (Wiederholung quadratischer Gleichungen und Bruchterme); • Exkurs: Umkehrfunktionen für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler. **Leistungsüberprüfung:** • Fließt gemeinsam mit EF-II in Klausur Nr. 1 ein (90 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II).

Unterrichtsvorhaben EF-II: Ganzrationale Funktionen

Lehrwerk: Lambacher Schweizer EF, Kapitel II (S. 44–69) | **Zeitbedarf:** ca. 14 Unterrichtsstunden
Inhaltsfeld(er): Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte: Ganzrationale Funktionen (Polynome n-ten Grades, Leitkoeffizient, Absolutglied); Grenzverhalten für x → ±∞ (Dominanz des Terms mit der höchsten Potenz a_n·x^n); Symmetrieeigenschaften von Graphen: Achsensymmetrie zur y-Achse (nur gerade Exponenten: f(-x) = f(x)) und Punktsymmetrie zum Ursprung (nur ungerade Exponenten: f(-x) = -f(x)); Nullstellen ganzrationaler Funktionen: hilfsmittelfreies Lösen durch einfaches Ausklammern (Satz vom Nullprodukt), pq-Formel und Substitution biquadratischer Gleichungen; Transformationen ganzrationaler Funktionen; Modellierung in Sachzusammenhängen

Inhaltsbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler können… • Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel lösen (A-2). • Transformationen bezüglich beider Achsen auf ganzrationale Funktionen anwenden und die zugehörigen Parameter deuten (A-4). • an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente nutzen, um Lösungswege effizient zu gestalten (A-18). • innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen lösen (A-19).	**Operieren:** • beherrschen elementare Lösungsverfahren für Polynomgleichungen (Ausklammern, Satz vom Nullprodukt, Substitution) hilfsmittelfrei im Kopf und schriftlich (Ope-3, Ope-4, Ope-7). • nutzen das MMS (Casio ClassPad II) zum numerischen und symbolischen Lösen von Gleichungen sowie zur Graphendarstellung (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • übersetzen reale Problemstellungen (Querschnitte, Brückenbogen, Staukurven, ökonomische Erlösfunktionen) in ganzrationale Funktionsmodelle (Mod-3, Mod-5). • interpretieren mathematische Lösungen (Nullstellen, Achsenschnittpunkte) im Realkontext und validieren das Modell (Mod-6). **Problemlösen:** • nutzen heuristische Prinzipien (Darstellungswechsel, Zerlegen in Teilprobleme, Zurückführen auf Bekanntes, Symmetrien verwenden) zielgerichtet (Pro-5). • setzen Routineverfahren sicher und fehlerfrei ohne Hilfsmittel ein (Pro-7). **Argumentieren:** • begründen das Globalverhalten für x → ±∞ und Symmetrieeigenschaften formalsprachlich exakt über den Funktionsterm (Arg-5, Arg-6). • beurteilen den Geltungsbereich algebraischer Argumentationen (Arg-12).	**Fachdidaktische & methodische Zugänge:** • Wissenschaftspropädeutische Weichenstellung: Saubere formale Notation der Symmetriebeweise (f(-x) = f(x) bzw. f(-x) = -f(x)) zwingend etablieren; • Systematische Heuristik beim Nullstellenfinden: Erst Ausklammern prüfen (Fehlt Absolutglied?), dann Substitution (nur gerade Potenzen?), dann quadratische Ergänzung/pq-Formel; • Exkurs zur Polynomdivision und Linearfaktorzerlegung als Vorbereitung auf den Leistungskurs; • Methoden: Lerntempoduett (LTD) beim Nullstellenlösen, kooperative Fehlersuche (FS) zu Vorzeichenfallen. **Medien & Werkzeuge:** • Casio ClassPad II (Solve-Befehl im Main-Menü, Graph & Tabelle); • GeoGebra auf iPads zur schnellen Visualisierung von Nullstellen und Globalverhalten; • Promethean Board. **Differenzierung & Vertiefungskurs:** • Gestufte Hilfekarten zur Substitution; Vertiefungskurs: Intensives Training des Satzes vom Nullprodukt und der pq-Formel; • Knobelaufgaben: Konstruktion ganzrationaler Funktionen aus vorgegebenen Nullstellen und Punkten. **Leistungsüberprüfung:** • Klausur Nr. 1 am Ende von UV EF-I und EF-II (90 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II; Schwerpunkte: Funktionen, Transformationen, Symmetrie, Nullstellen ganzrationaler Funktionen, Sachkontexte).

Unterrichtsvorhaben EF-III: Ableitung

Lehrwerk: Lambacher Schweizer EF, Kapitel III (S. 70–105) | **Zeitbedarf:** ca. 18 Unterrichtsstunden
Inhaltsfeld(er): Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte: Grundverständnis des Ableitungsbegriffs; mittlere Änderungsrate (Differenzenquotient, Sekantensteigung) im Sachkontext (Geschwindigkeit, Temperatur, Füllrate); momentane/lokale Änderungsrate (Ableitung an einer Stelle, Tangentensteigung); qualitativer Grenzwertübergang h → 0 bzw. x → x0 (Sekante wird zur Tangente, Schreibweise lim); Ableitungsfunktion f' und graphisches Ableiten; Ableitungsregeln für ganzrationale Funktionen: Potenzregel für natürliche Exponenten, Summenregel, Faktorregel; Beweis einer Ableitungsregel; Aufstellen von Tangenten- und Normalengleichungen; Steigungswinkel (tan α = m)

Inhaltsbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler können… • mittlere und lokale Änderungsraten berechnen und im Sachkontext interpretieren (A-5). • den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegter Strecke anhand entsprechender Funktionsgraphen erläutern (A-6). • qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der mittleren zur lokalen Änderungsrate erläutern und die Schreibweise lim f(x) nutzen (A-7). • die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate sowie als Steigung der Tangente an den Graphen deuten (A-8). • Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen bestimmen und Steigungswinkel berechnen (A-9). • Änderungsraten funktional beschreiben und interpretieren (Ableitungsfunktion) (A-10). • Funktionen graphisch ableiten und umgekehrt zum Graphen der Ableitungsfunktion einen passenden Funktionsgraphen entwickeln (A-11). • die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten nutzen (A-13). • die Summen- und Faktorregel anwenden und eine dieser Ableitungsregeln beweisen (A-14).	**Operieren:** • beherrschen die Ableitungsregeln (Potenz-, Faktor-, Summenregel) sicher, regelfest und fehlerfrei ohne Hilfsmittel (Ope-3, Ope-4). • bestimmen Tangenten- und Normalengleichungen kalkülfest von Hand und mit dem MMS (Ope-7, Ope-12). • nutzen das CAS zur symbolischen Bestimmung von Ableitungstermen (diff-Befehl) (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • übersetzen reale Bewegungsvorgänge (s-t-Diagramme, v-t-Diagramme) in funktionale Zusammenhänge (Mod-3, Mod-5). • deuten die Ableitung an einer Stelle physikalisch als Momentangeschwindigkeit oder Wachstumsgeschwindigkeit (Mod-6). **Problemlösen:** • nutzen das graphische Ableiten als heuristisches Werkzeug zur Analyse von Graphenverläufen (Pro-5). • vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege (z. B. h-Methode vs. Ableitungsregeln) (Pro-12). **Argumentieren:** • führen den formalen Beweis der Faktor- oder Summenregel über den Grenzwert des Differenzenquotienten schlüssig durch (Arg-5, Arg-6). • begründen den Zusammenhang zwischen den charakteristischen Punkten von f und f' (Extrempunkt von f entspricht Nullstelle von f') (Arg-4, Arg-5). **Kommunizieren:** • verwenden Fachbegriffe (Sekante, Tangente, Normale, Differenzenquotient,	**Fachdidaktische & methodische Zugänge:** • Anschaulicher Einstieg über reale Sachkontexte (z. B. Geschwindigkeitsmessung, Blitzerfoto, Bremsweg); • Geometrisch-dynamische Veranschaulichung der Sekanten- und Tangentensteigung mit GeoGebra am Promethean Board (Zoom an den Graphen heran -> 'lokale Linearität'); • Systematisches Einüben des graphischen Ableitens anhand charakteristischer Punkte (NEW-Regel: Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen); • Methoden: Stationenlernen (SL) zum Differenzenquotienten, Think-Pair-Share (TPS), Lerntempoduett (LTD) bei Ableitungsregeln. **Medien & Werkzeuge:** • Casio ClassPad II (Ableitungsbefehle im Main-Menü, Tangentenfunktion im Graph-Menü); • GeoGebra auf den iPads zur dynamischen Sekantenannäherung; • Promethean Board. **Differenzierung & Begabungsförderung:** • Gestufte Hilfekarten zum Aufstellen von Tangentengleichungen; formaler Beweis der Potenzregel für n = 2 und n = 3 mittels binomischer Formeln für Leistungsstarke; • Exkurs: Brennpunkteigenschaft von Parabeln. **Leistungsüberprüfung:** • Klausur Nr. 2 am Ende von UV EF-III (90 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II; Schwerpunkte: Differenzenquotient, Ableitungsbegriff, graphisches Ableiten, Ableitungsregeln, Tangenten- und Normalengleichungen; Jahresabschlussklausur des 1. Halbjahres).

	Differentialquotient, Grenzwert, Ableitungsfunktion) normgerecht (Kom-2, Kom-6).	

Unterrichtsvorhaben EF-IV: Untersuchung von Funktionen

Lehrwerk: Lambacher Schweizer EF, Kapitel IV (S. 106–141) | **Zeitbedarf:** ca. 20 Unterrichtsstunden
Inhaltsfeld(er): Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte: Differentialrechnung zur Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen; Monotonieverhalten und Zusammenhang mit dem Vorzeichen der 1. Ableitung; lokale und globale Extrema im Definitionsbereich; notwendiges Kriterium für Extremstellen (f'(x) = 0); hinreichende Kriterien: Vorzeichenwechselkriterium (VZW) der 1. Ableitung und Kriterium über die 2. Ableitung (f''(x) ≠ 0); Krümmungsverhalten eines Graphen (Links-/Rechtskrümmung) über das Vorzeichen der 2. Ableitung; Wendestellen und Wendepunkte (notwendiges Kriterium f''(x) = 0, VZW von f'' bzw. f'''(x) ≠ 0); Randextrema bei eingeschränktem Definitionsbereich; ganzrationale Funktionen in Sachzusammenhängen und anwendungsbezogene Extremwertprobleme

Inhaltsbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler können… • das Monotonieverhalten einer Funktion mithilfe der Ableitung beschreiben (A-12). • lokale und globale Extrema im Definitionsbereich unterscheiden (A-15). • das notwendige Kriterium und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten verwenden (A-16). • das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung beschreiben (A-17). • an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente nutzen, um Lösungswege effizient zu gestalten (A-18). • innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen lösen (A-19).	**Operieren:** • führen Kurvendiskussionen (Nullstellen, Symmetrie, Ableitungen, Extrem- und Wendepunkte) kalkülfest durch (Ope-3, Ope-4, Ope-7). • nutzen das MMS (Casio ClassPad II) zur Kontrolle und Bestimmung von Hoch-, Tief- und Wendepunkten (fMin/fMax-Befehl) (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • modellieren authentische Sachverhalte (z. B. Profilkurven, Kostenkurven, Füllvorgänge, Flugbahnen) mit ganzrationalen Funktionen (Mod-3, Mod-5). • interpretieren Extrem- und Wendepunkte im Anwendungskontext (z. B. maximale Höhe, stärkste Zunahme) und prüfen Randwerte (Mod-6, Mod-7). **Problemlösen:** • planen mehrschrittige Untersuchungsabläufe systematisch und reflektieren Fehlerquellen (Pro-5, Pro-11). • setzen Routineverfahren sicher und zeiteffizient ohne Hilfsmittel ein (Pro-7). **Argumentieren:** • begründen die Existenz von Extrem- und Wendepunkten durch logisch vollständige Argumentationsketten (notwendiges und hinreichendes Kriterium) (Arg-5, Arg-6). • widerlegen Fehlschlüsse (z. B. 'f'(x)=0 bedeutet immer Extremstelle') durch	**Fachdidaktische & methodische Zugänge:** • Didaktische Fundierung der Kriterien: Vorzeichenwechselkriterium (VZW) wird vor der 2. Ableitung erarbeitet, um die geometrische Anschauung (Steigung wechselt von + nach - bzw. umgekehrt) fest zu verankern; • Klare Trennung von notwendiger und hinreichender Bedingung; Thematisierung des Sattelpunkts (z. B. bei $f(x) = x^3$) als Prototyp für f'(x) = 0 ohne Extremum; • Deutung der Wendestelle als Punkt maximaler bzw. minimaler Steigung / stärkster Änderung; • Methoden: Lerntempoduett (LTD) bei Kurvendiskussionen, kooperative Fehlersuche (FS) zu unvollständigen Begründungen, Partnerarbeit (PA). **Medien & Werkzeuge:** • Casio ClassPad II (Graph-Menü, Analysefunktionen, G-Solve für Max/Min/Inflection); • GeoGebra auf iPads zur Veranschaulichung der Zusammenhänge zwischen f, f' und f''; • Promethean Board. **Differenzierung & Begabungsförderung:** • Gestufte Checklisten zur Kurvendiskussion; Anbindung an Vertiefungskurs EF; • Exkurs: Numerische Nullstellenbestimmung mit dem Newton-Verfahren für Leistungsstarke. **Leistungsüberprüfung:** • Klausur Nr. 3 am Ende von UV EF-IV (90 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca.

	Gegenbeispiele wie Sattelpunkte (Arg-7). **Kommunizieren:** • dokumentieren mehrschrittige Lösungswege übersichtlich und verwenden Fachsprache präzise (Kom-2, Kom-9).	20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II; Schwerpunkte: Vollständige Kurvendiskussion, Kriterien für Extrem- und Wendestellen, anwendungsbezogene Modellierungs- und Optimierungsaufgaben; 1. Klausur des 2. Halbjahres).

Unterrichtsvorhaben EF-V: Vektoren

Lehrwerk: Lambacher Schweizer EF, Kapitel V (S. 142–167) | **Zeitbedarf:** ca. 9 Unterrichtsstunden
Inhaltsfeld(er): Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)
Inhaltliche Schwerpunkte: Koordinatisierungen des Raumes: dreidimensionales kartesisches Koordinatensystem (x1-, x2-, x3-Achse / rechtsdrehendes System), Punkte und Figuren im Raum; Schrägbilder räumlicher Objekte; Begriff des Vektors als Parallelverschiebung und Pfeilklasse; Ortsvektoren; Rechenoperationen mit Vektoren: Vektoraddition, Vektorsubtraktion, skalare Multiplikation (S-Multiplikation), Gegenvektor; Eigenschaften von Vektoren: Betrag/Länge eines Vektors, Abstand zweier Punkte über den Raum-Pythagoras ($d = \sqrt{(x1-y1)^2+(x2-y2)^2+(x3-y3)^2}$); Kollinearität von Vektoren; Vektorketten und geometrische Beweise (Nachweis von Parallelogrammen, Mittelpunkten, Schwerpunkten); Vektoren in Anwendungskontexten (Geschwindigkeit, Kraft)

Inhaltsbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler können… • geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum wählen (G-1). • geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen (G-2). • Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sachkontexten als Geschwindigkeit deuten (G-3). • Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras berechnen (G-4). • Vektoren addieren, Vektoren mit einem Skalar multiplizieren und Vektoren auf Kollinearität untersuchen (G-5). • Eigenschaften geometrischer Figuren mithilfe von Vektoren nachweisen (G-6). • geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge untersuchen (G-10).	**Operieren:** • führen Vektoroperationen (Addition, Skalarmultiplikation, Betragsberechnung) sicher im Kopf und schriftlich aus (Ope-3, Ope-4). • erstellen saubere Schrägbilder geometrischer Situationen im Raum und wechseln zwischen Perspektiven (Ope-8). • nutzen das MMS (Casio ClassPad II) zur Eingabe von Vektoren und Berechnung von Beträgen (norm-Befehl) (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • übertragen reale räumliche Objekte (Dächer, Kräne, Flugrouten) in dreidimensionale Koordinatensysteme (Mod-1, Mod-3). • deuten Vektoren als gerichtete physikalische Größen (Verschiebungsvektor, Geschwindigkeitsvektor) (Mod-6). **Problemlösen:** • nutzen geometrische Invarianten und Vektorketten zur Lösung von Schließungsaufgaben (Pro-5). • setzen Routineverfahren sicher ohne Hilfsmittel ein (Pro-7). **Argumentieren:** • weisen geometrische Eigenschaften (z. B. Gleichheit von Gegenvektoren im Parallelogramm, Kollinearität dreier	**Fachdidaktische & methodische Zugänge:** • Haptischer Einstieg: Raumkoordinatensysteme mit Zeigefinger, Mittelfinger und Daumen der rechten Hand (Drei-Finger-Regel); Visualisierung mit 3D-Körpermodellen der Fachsammlung; • Zeichnerische Disziplin: Konsequente Vorgabe für das Schrägbild (x1-Achse unter 45° nach vorne links verkürzt um den Faktor 1/2 bzw. 1/√2); • Vektorbegriff: Klare Trennung zwischen ortsfestem Punkt P(x1|x2|x3) und ortsunabhängigem Verschiebungsvektor v; • Methoden: Think-Pair-Share (TPS), Partnerarbeit (PA) bei gegenseitiger Schrägbildkontrolle, Lerntempoduett (LTD). **Medien & Werkzeuge:** • Casio ClassPad II (Vektor-Eingabe im 2D-Menü, Betragsfunktion norm); • GeoGebra 3D-App auf den schuleigenen iPads zur interaktiven Drehung räumlicher Figuren; • 3D-Körper- und Vektormodelle der mathematischen Fachsammlung; Promethean Board. **Differenzierung & Begabungsförderung:** • Gestufte Hilfekarten zum Schrägbildzeichnen; Exkurs: Vektoren in Aktion – Kurvenfahrten und Parabelbögen bei Brücken für Leistungsstarke.

	Punkte) argumentativ nach (Arg-5, Arg-6). **Kommunizieren:** • verwenden vektoriell-geometrische Fachsprache (Ortsvektor, Richtungsvektor, Betrag, Kollinearität, Skalar) präzise (Kom-2, Kom-6).	**Leistungsüberprüfung:** • Wird nicht in einer gesonderten dezentralen Klausur überprüft; fließt gemeinsam mit UV EF-VI verbindlich in die landesweite Zentrale Vergleichsklausur EF (Klausur Nr. 4) am Ende des Schuljahres ein.

Unterrichtsvorhaben EF-VI: Geraden im Raum

Lehrwerk: Lambacher Schweizer EF, Kapitel VI (S. 168–199) | **Zeitbedarf:** ca. 15 Unterrichtsstunden
Inhaltsfeld(er): Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)
Inhaltliche Schwerpunkte: Geraden und Strecken im dreidimensionalen Raum; Parametergleichung einer Geraden: g: x = p + t·u (Stützvektor p, Richtungsvektor u, reeller Parameter t); Vielfalt von Parametergleichungen derselben Geraden (Wahl anderer Stützpunkte oder kollinearer Richtungsvektoren); Punktprobe; gegenseitige Lagebeziehungen von Geraden im Raum: identisch, echt parallel, sich schneidend (mit eindeutigem Schnittpunkt), windschief; rechnerische Untersuchung der Lagebeziehungen durch Lösen linearer Gleichungssysteme (LGS) mit 3 Gleichungen und 2 Unbekannten; Interpretation der Lösungsmenge; Modellieren von geradlinigen Bewegungen (Flugbahnen, Schiffe, Seilbahnen) und Kollisionskursen; Vorbereitung auf die landesweite Zentrale Vergleichsklausur EF

Inhaltsbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler können… • Geraden und Strecken in Parameterform darstellen (G-7). • Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren (G-8). • Lagebeziehungen von Geraden untersuchen (G-9). • geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge untersuchen (G-10). • Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen nutzen (G-11). • lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang von Lagebeziehungen von Geraden lösen und die jeweilige Lösungsmenge interpretieren (G-12).	**Operieren:** • stellen Geradengleichungen aus zwei Punkten oder Punkt und Richtung kalkülfest auf (Ope-3, Ope-4). • lösen lineare Gleichungssysteme (3x2) zur Lageuntersuchung regelsicher von Hand (Additions-, Einsetzungsverfahren) und mit dem MMS (solve-Befehl) (Ope-7, Ope-12). • nutzen das CAS zur Kontrolle von Schnittpunkten und Kollinearität (Ope-11). **Modellieren:** • modellieren geradlinige Bewegungen im Raum unter Berücksichtigung des Zeitparameters t (x(t) = p + t·v) (Mod-3, Mod-5). • unterscheiden zwischen dem Schneiden zweier Bahnen (räumlicher Schnittpunkt) und einer realen Kollision (gleicher Ort zum gleichen Zeitpunkt) (Mod-6, Mod-8). **Problemlösen:** • entwickeln einen systematischen Entscheidungsbaum zur Untersuchung der Lagebeziehung zweier Geraden (Richtungsvektoren kollinear? Punktprobe? Eindeutige Lösung für LGS?) (Pro-5, Pro-6). **Argumentieren:** • begründen das Vorliegen von Windschiefe über die Unlösbarkeit des	**Fachdidaktische & methodische Zugänge:** • Didaktische Erarbeitung des systematischen Entscheidungsbaums zur Lageuntersuchung zweier Geraden (1. Kollinearität der Richtungsvektoren prüfen -> ja: identisch oder parallel / nein: Schnittpunkt oder windschief; 2. Gleichsetzen und LGS lösen); • Lebensweltliche Modellierung: Flugzeuge auf Kurs (Unterscheidung zwischen Pfadkreuzung und realer Kollision sensibilisiert für die physikalische Bedeutung des Parameters t); • Intensives Training für die Zentrale Vergleichsklausur EF (hilfsmittelfreie Kurzaufgaben zu Vektoren und Geraden); • Methoden: Lerntempoduett (LTD) bei LGS-Rechnungen, Think-Pair-Share (TPS), kooperative Fallunterscheidung. **Medien & Werkzeuge:** • Casio ClassPad II (LGS-Lösung im Main-Menü mit dem linearen Gleichungssystem-Icon {); • GeoGebra 3D auf iPads zur Veranschaulichung windschiefer und schneidender Geraden; • Promethean Board. **Differenzierung & Begabungsförderung:** • Gestufte Hilfekarten zum LGS-Lösen; Exkurs: Abstandsprobleme bei Bewegungsaufgaben (Minimalproblem mit quadratischer Zielfunktion) für Leistungsstarke.

	überbestimmten Gleichungssystems bei nicht-kollinearen Richtungsvektoren (Arg-5, Arg-6). **Kommunizieren:** • dokumentieren die Fallunterscheidungen bei Lagebeziehungen strukturiert und fachsprachlich präzise (Kom-2, Kom-9).	**Leistungsüberprüfung:** • Klausur Nr. 4 / Zentrale Vergleichsklausur EFam Ende des Schuljahres (landesweit zentral gestellt durch das Land NRW; 90 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II; überprüft neben der Analysis insbesondere die Inhaltsbereiche der Analytischen Geometrie aus den Unterrichtsvorhaben EF-V und EF-VI).

2.1.2 Vertiefungskurs in der Einführungsphase

Die Fachkonferenz Mathematik am Mariengymnasium Essen-Werden hat zur systematischen individuellen Förderung und zur Schließung von Kompetenzlücken die verbindliche curriculare Ausgestaltung des zweistündigen Vertiefungskurses in der Einführungsphase (EF) beschlossen. Dieses Kapitel schließt unmittelbar an die Grundkurse der Einführungsphase (Kapitel 2.1.1) an und bildet das unverzichtbare Förderscharnier vor dem Eintritt in die Qualifikationsphase (Kapitel 2.1.3).

Der Vertiefungskurs Mathematik wird als zweistündiges Angebot eingerichtet und richtet sich an Schülerinnen und Schüler mit beobachtetem oder selbst diagnostiziertem Nachholbedarf in mathematischen Basiskompetenzen der Sekundarstufe I sowie an Neuzugänge aus anderen Schulformen (insbesondere der Realschule), um eventuelle Vorkenntnisdivergenzen frühzeitig auszugleichen. Gemäß § 8 Abs. 2 APO-GOSt dient der Kurs der Sicherung grundlegender fachlicher Voraussetzungen, ist jedoch nicht an den wöchentlichen Unterrichtsfortgang der parallelen Grundkurse gekoppelt. Ziel ist keine kurzatmige Nachhilfe für die jeweils aktuellen Hausaufgaben, sondern ein eigenständiger, systematischer Diagnose- und Lernlehrgang. Dieser baut auf zwei komplementären Säulen auf: der Schließung fundamentaler algebraischer und funktionaler Lücken aus der Sekundarstufe I im ersten Schulhalbjahr sowie der anschaulichen, grundverständnisfördernden Hinführung zu den Leitideen der Differentialrechnung im zweiten Schulhalbjahr, damit alle Teilnehmenden mit einem tragfähigen Fundament in die Grund- und Leistungskurse der Qualifikationsphase starten können.

Pädagogisches Konzept, Abgrenzung und verbindliche Klausursynchronisation

Der Vertiefungskurs Mathematik versteht sich als geschützter Lernraum, in dem Schülerinnen und Schüler ohne Notendruck an ihren individuellen mathematischen Baustellen arbeiten können. Der Kurs folgt einem modularisierten Selbstlernkonzept: Anstelle von frontaler Belehrung arbeiten die Lernenden selbstgesteuert in flexiblen Lerntandems und Kleingruppen an diagnostizierten Defiziten. Dabei gilt das didaktische Prinzip der doppelten Zielsetzung: Einerseits werden fachliche Basiskompetenzen lückenlos aufgearbeitet; andererseits erwerben die Jugendlichen fundamentale Methodenkompetenzen der Selbstorganisation (Selbsteinschätzung, eigenständige Planung von Lernschritten, Nutzung professioneller Lernhilfen, Auswertung von Musterlösungen und Dokumentation in einem Lernportfolio), die für ein erfolgreiches Fortkommen in allen Fächern der gymnasialen Oberstufe von herausragender Bedeutung sind.

Ein wesentliches Strukturmerkmal ist die bewusste Entkopplung vom laufenden Grundkursunterricht: Der Vertiefungskurs eilt dem Grundkurs weder voraus, noch spiegelt er dessen wöchentliche Themen parallel ab. Er folgt stattdessen einem eigenständigen diagnostischen Spiralcurriculum. Eine zentrale, schulspezifisch

begründete Ausnahme bilden jedoch die Unterrichtsstunden unmittelbar vor den Klausuren der Grundkurse: Da am Mariengymnasium alle Grundkurse der EF ihre Klausuren zentral und parallel schreiben, wird der Selbstlernlehrgang in den jeweiligen Stunden direkt vor dem Klausurtermin gezielt geöffnet. In diesen Sitzungen beantwortet die Lehrkraft brennende fachliche Fragen, ermöglicht gezieltes Üben an klausurrelevanten Aufgabentypen, festigt Rechenroutinen und baut individuelle Prüfungsunsicherheiten ab. Nach Abschluss der Klausurphase kehren alle Lernenden unmittelbar zu ihren individuellen Modulen des Vertiefungskurses zurück.

Medieneinsatz und softwaregestützte Differenzierung: bettermarks und modulare Fördermaterialien

Die methodische Umsetzung des Vertiefungskurses stützt sich auf eine wirkungsvolle Kombination aus modernster digitaler Lernsoftware und haptischen, handlungsorientierten Selbstlernmaterialien:

Ein zentrales Element des Kurses ist der durchgängige Einsatz des adaptiven Online-Lernprogramms bettermarks. Diese professionelle Mathematiksoftware wird allen Schülerinnen und Schülern des Mariengymnasiums durch die großzügige finanzielle Unterstützung des Fördervereins der Schule zur Verfügung gestellt. Auf ihren schuleigenen iPads sowie auf privaten Endgeräten zu Hause nutzen die Lernenden bettermarks zur gezielten, softwaregestützten Lückenaufarbeitung. Das Programm zeichnet sich durch eine intelligente mathematische Eingabeerkennung aus: Rechenwege werden Schritt für Schritt analysiert, typische Fehlkonzepte automatisch erkannt und durch punktgenaue didaktische Rückmeldungen („Wo genau liegt der Fehler?“) korrigiert. Die Lehrkraft weist über das bettermarks-Dashboard individuelle Übungsserien zu, diagnostiziert Fehlerschwerpunkte auf einen Blick und steuert differenzierte Lernpfade.

Parallel dazu nutzt der Vertiefungskurs schulintern abgestimmte, modulare Selbstlern- und Fördermaterialien unter dem Leitthema „Von der Veränderung zu Ableitungsfunktionen“. Dieses Material ist passgenau für zweistündige Vertiefungskurse konzipiert und umfasst diagnostische Vortests, modular aufgebaute Lehrtexte mit vorgerechneten Musterbeispielen, gestufte Übungsreihen sowie authentische Realkontexte. Durch die enge Verzahnung von bettermarks (hohe Übungsdichte, algorithmisches Feedback, Rechentechnik) und den strukturierten Print- und Digitalmaterialien (anschauliches Grundverständnis, Textverständnis, Realsituationen, graphische Modellierung) wird ein ganzheitlicher, nachhaltiger Lernerfolg garantiert.

Methodische Organisation: Diagnostik, 4-Stufen-Helfersystem, Testate und Mappenführung

Die unterrichtliche Arbeit im Vertiefungskurs ist als transparente Lernwerkstatt organisiert und folgt klaren, ritualisierten Abläufen:

• Eingangsdiagnostik und individueller Arbeitsplan: Zu Beginn jedes übergeordneten Themenblocks bearbeiten alle Schülerinnen und Schüler einen standardisierten Diagnosetest. Der Abgleich mit bereitliegenden Musterlösungen erfolgt in Eigenregie. Auf dem integrierten Selbstdiagnosebogen tragen die Lernenden für jede Teilaufgabe ein, wie sicher sie sich fühlen. Aus dieser Selbsteinschätzung leitet jede Schülerin und jeder Schüler einen verbindlichen Arbeitsplan ab, der festlegt, welche Module in welcher Reihenfolge erarbeitet werden. Schülerinnen und Schüler mit ähnlichen Bedarfen finden sich zu temporären Lerngemeinschaften zusammen.

• Das 4-stufige Helfersystem: Um die Eigenverantwortung zu stärken und die Lehrkraft für individuelle Fördergespräche zu entlasten, greift bei auftretenden Verständnisschwierigkeiten ein verbindliches

vierstufiges Helfersystem: 1. Stufe: Der Lernende bemüht sich zunächst selbstständig anhand der Erklärungen in bettermarks bzw. der modularen Lehrtexte um eine Klärung. 2. Stufe: Erste Unterstützung wird direkt in der Lerngruppe bzw. im Lerntandem gesucht; Schülerinnen und Schüler erklären sich Lösungswege gegenseitig. 3. Stufe: Schüler-Experten-System: Lernende, die im Diagnosetest volle Sicherheit nachgewiesen oder zu einem Modul bereits ein Testat erfolgreich bestanden haben, werden in die kursöffentliche Expertenliste eingetragen. An diese thematischen Experten können sich Mitschüler gezielt wenden. 4. Stufe: Erst wenn die ersten drei Instanzen nicht zum Ziel führen, wird die Fachlehrkraft als beratender Lerncoach hinzugezogen.

• Individuelle Testate zur Kompetenzüberprüfung: Sobald sich ein Lernender in einem Modul sicher fühlt, meldet er sich individuell zu einem schriftlichen Testat an. Die Lehrkraft gibt eines von jeweils fünf parallelen Testatblättern aus, das einzeln und ohne fremde Hilfe bearbeitet wird. Das Testat wird zeitnah von der Lehrkraft korrigiert und das Ergebnis (bestanden / nicht bestanden) auf dem Laufzettel dokumentiert. Wurde das Testat bestanden, gilt das Modul als erfolgreich absolviert und der Name des Schülers wird in die Expertenliste aufgenommen. Bei Nichtbestehen arbeitet der Lernende gezielt an den identifizierten Fehlern nach und absolviert zeitversetzt eine alternative Testat-Variante. Auf diese Weise wird jede Schülerin und jeder Schüler mindestens zweimal mit jedem Stoffgebiet konfrontiert: im Diagnosetest mit Selbstkontrolle und im Testat mit Überprüfung durch die Lehrkraft.

• Dokumentation und Mappenführung: Alle Kursteilnehmenden führen eine verbindliche Mappe (analog im Schnellhefter oder digital in Microsoft OneNote auf dem iPad). Die Mappe enthält obligatorisch: 1. Ein chronologisches Inhaltsverzeichnis mit Datumsangaben, bearbeiteten Themen, Kennzeichnung als Übender oder Helfender und persönlichem Reflexionskommentar; 2. Den Themenüberblick aller Module mit Bestätigungsvermerken der Lehrkraft; 3. Sämtliche Diagnosetests, Übungsblätter, bettermarks-Protokolle und korrigierte Testate.

Curriculare Modulübersicht des Vertiefungskurses Mathematik (EF)

Halbjahr & Modul	Thematischer Schwerpunkt (Module & bettermarks)	Inhaltliche & methodische Kompetenzen	Diagnose & Überprüfung
EF.1 (1. Halbjahr) Modul I: Elementare Algebra & Lineare Funktionen	**Wiederholung Sek. I – Teil I:** • I.1 Terme vereinfachen • I.2 Bruchterme vereinfachen • I.3 Lineare Gleichungen • I.4 Lineare Funktionen • I.5 Lineare Gleichungssysteme (LGS)	• Beherrschung von Rechengesetzen, Ausklammern, Ausmultiplizieren und binomischen Formeln. • Bruchterme kürzen, erweitern, auf Hauptnenner bringen; Definitionsmengen bestimmen. • Sicheres Lösen linearer Gleichungen durch Äquivalenzumformungen. • Bestimmung von Steigung m, y-Achsenabschnitt b, Nullstellen und Schnittpunkten; Aufstellen von Geradengleichungen aus zwei Punkten. • Rechnerische Lösungsverfahren für LGS (Gleichsetzungs-, Einsetzungs-, Additionsverfahren).	• Diagnosetest I (Selbstdiagnose) • Übungsserien bettermarks (Algebra I) • Testate I.1 bis I.5 (jeweils 5 Varianten)
EF.1 (1. Halbjahr)	**Wiederholung Sek. I – Teil II:** • II.1 Quadratische Gleichungen	• Lösen quadratischer Gleichungen (pq-Formel, Faktorisieren, Satz vom Nullprodukt,	• Diagnosetest II (Selbstdiagnose)

Modul II: Quadratische Funktionen & Potenzen	• II.2 Quadratische Funktionen • II.3 Potenzen & Potenzgesetze • II.4 Potenzfunktionen • II.5 Prozent- & Zinsrechnung • II.6 Exponentialfunktionen	quadratische Ergänzung, Wurzelziehen). • Wechsel zwischen Scheitelpunktform $f(x) = a(x - d)^2 + e$ und Normalform; Scheitelpunktbestimmung; Parabelverschiebungen. • Anwenden der Potenzgesetze für ganzzahlige und rationale Exponenten; Zehnerpotenzen. • Graphen und Eigenschaften von Potenzfunktionen f(x) = x^n (Symmetrie, Monotonie). • Prozentrechnung, Wachstumsfaktoren, Zinseszins; elementare Exponentialfunktionen $f(x) = a \cdot b^x$.	• Übungsserien bettermarks (Quadratische Fkt. & Potenzen) • Testate II.1 bis II.6 (jeweils 5 Varianten)
EF.1 (1. Halbjahr) Modul III: Fundamentale Funktionenlehre	**Wiederholung Sek. I – Teil III:** • III.1 Funktionswerte berechnen • III.2 x-Werte berechnen • III.3/4 Wertetabellen & Graphen • III.5 Zuordnung Gleichung – Tabelle – Graph • III.6 Realsituationen modellieren	• Berechnen von Funktionswerten y = f(x) zu vorgegebenen Stellen. • Bestimmung von Argumenten x zu vorgegebenen Funktionswerten (Umkehrprobleme, Nullstellen f(x) = 0). • Sinnvolles Erstellen von Wertetabellen und präzises Zeichnen von Funktionsgraphen in kartesischen Koordinatensystemen. • Vernetzung der Darstellungsformen: Gleichung, Wertetabelle, Graph und Textbeschreibung sicher einander zuordnen. • Modellierung realer Sachsituationen (Füllgraphen, Bewegungskurven, Tarifmodelle).	• Diagnosetest III (Selbstdiagnose) • Übungsserien bettermarks (Funktionen & Zuordnungen) • Testate III.1 bis III.6 (jeweils 5 Varianten)
EF.1 (Quartal 1 & 2) **Synchronisationsbaustein:** Klausurvorbereitung	**Gezielte Unterstützung unmittelbar vor den Klausuren der parallelen Grundkurse:** • Vorbereitung Klausur Nr. 1 (EF.1) • Vorbereitung Klausur Nr. 2 (EF.1)	• Gezielte Klärung individueller fachlicher Fragen zu den Grundkursinhalten (UV EF-I bis EF-III: Lineare/quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Polynome). • Schließen punktueller Verständnisdefizite bei hilfsmittelfreien Rechenoperationen (Teil A) und CAS-Befehlen (Teil B). • Bearbeitung von Musteraufgaben unter klausurähnlichen Bedingungen zur Festigung von Prüfungsroutinen und zum Abbau von Klausurängsten.	• Klausur-Checklisten • Gezielte Probeklausuraufgaben • Q&A-Plenums- und Tandemsequenzen
EF.2 (2. Halbjahr) Modul IV: Steigungsverhalten & Lokale Steigung	**Analysis-Propädeutik – Teil IV:** • IV.1 Steigungsverhalten von Funktionen • IV.2 Steigung in Alltagsformulierungen • IV.3 Steigungen schätzen & Tangenten	• Qualitative Charakterisierung des Steigungsverhaltens von Graphen (monoton steigend/fallend, Krümmungsverhalten, Wendestellen). • Übersetzung von Alltagsbeschreibungen in Graphenverläufe und umgekehrt (z. B. „fällt immer schneller“, „Zunahme verliert an Fahrt“). • Schätzen lokaler Steigungen in Kurvenpunkten; Einzeichnen und Auswerten von Tangenten und Steigungsdreiecken. • Abgrenzung von durchschnittlicher Steigung (Sekante) und lokaler Steigung (Tangente).	• Diagnosetest IV (Selbstdiagnose) • Übungsserien bettermarks (Einführung Ableitung) • Testate IV.1 bis IV.3 (jeweils 5 Varianten)
EF.2 (2. Halbjahr) Modul V: Graphische Differentiation	**Analysis-Propädeutik – Teil V:** • V.1 Steigungsgraphen zeichnen • V.2 Ablesungen in f- und f'-Graphen • V.3 Markante Steigungen erkennen	• Konstruktion von Steigungsgraphen: Punktweises Ermitteln von Tangentensteigungen an f und Abtragen als Funktionswerte von f'. • Ablesen und Interpretieren von Eigenschaften in f- und f'-Graphen (Nullstellen von f' korrespondieren mit waagerechten	• Diagnosetest V (Selbstdiagnose) • Übungsserien bettermarks (Graphisches Ableiten) • Testate V.1 bis V.4 (jeweils 5 Varianten)

	• V.4 Zuordnung f- und f'-Graphen	Tangenten an f). • Identifikation markanter Punkte: Hochpunkte, Tiefpunkte, Sattelpunkte und Wendepunkte im Zusammenspiel von f und f'. • Kriteriengeleitete Zuordnung von Ausgangsgraphen f und Ableitungsgraphen f' in komplexen Aufgabenformaten.	
EF.2 (2. Halbjahr) Modul VI: Realkontexte & Anwendungen der Ableitung	**Analysis-Propädeutik – Teil VI:** • VI.1 Geschwindigkeiten & Kinematik • VI.2 Straßen- & Trassensteigungen • VI.3 Ökonomische & technische Kontexte	• Interpretation der Ableitung als momentane Änderungsrate in realen Sachkontexten. • Kinematik: Weg-Zeit-Diagramme s(t), Bestimmung von Momentangeschwindigkeiten v(t) = s'(t), graphische Fahrpläne, Bremskurven, Raketenflüge. • Steigungen von Straßen und Bahntrassen (prozentuale Steigung, gekrümmte Kuppen und Wannen, knickfreie Übergänge). • Weitere Anwendungen: Momentaner Benzinverbrauch in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit, Grenzsteuersätze im Einkommensteuertarif.	• Diagnosetest VI (Selbstdiagnose) • bettermarks-Sachaufgaben zur Änderungsrate • Testate VI.1 bis VI.3 (jeweils 5 Varianten)
EF.2 (2. Halbjahr) Modul VII: Vernetzung von f, f' und f'' (hin & her)	**Analysis-Propädeutik – Teil VII:** • VII.1 Graph f gegeben – Aussagen zu f' und f'' • VII.2 Graph f' gegeben – Aussagen zu f • VII.3 bis VII.6 Kontextaufgaben: Kosten, Weg-Zeit, Medizin, Zu-/Abfluss	• Vollständige Vernetzung der Graphen f, f' und f'' in beiden Richtungen (NEW-Regel: Nullstelle – Extremum – Wendepunkt). • Rekonstruktion des qualitativen Verlaufs des Ausgangsgraphen f aus einem gegebenen Ableitungsgraphen f'. • Analyse von Kostenfunktionen: Gesamtkosten K(x), Grenzkosten K'(x), Ertragsgesetz. • Medizinische Fragestellungen: Wirkstoffkonzentration im Blut, Abbau- und Zuwachsraten, Wirkungsmaxima. • Modellierung von Zu- und Abflussprozessen (Wassermengen, Stauseen, Änderungsraten).	• Diagnosetest VII (Selbstdiagnose) • Übungsserien bettermarks (Kurvendiskussion & Kontexte) • Testate VII.1 bis VII.6 (jeweils 5 Varianten)
EF.2 (Quartal 3 & 4) **Synchronisationsbaustein:** Klausur- & Zentralklausurvorbereitung	**Gezielte Unterstützung vor der Klausur Nr. 3 und der landesweiten Zentralen Vergleichsklausur EF:** • Vorbereitung Klausur Nr. 3 (EF.2) • Vorbereitung Zentrale Vergleichsklausur	• Gezielte Klärung von Fragen zur rechnerischen Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen (Ableitungsregeln, Tangentengleichungen, Extrem- und Wendepunkte). • Wiederholung und Festigung der Vektorgeometrie im Raum (Punkte, Vektoren, Geraden, Lagebeziehungen) für die Zentrale Vergleichsklausur. • Intensives Training des hilfsmittelfreien Teils A (elementare Rechenfertigkeiten) und des CAS-Einsatzes (Casio ClassPad II) in Teil B unter realen Prüfungszeitbedingungen.	• Original-Aufgabensätze vergangener Zentraler Vergleichsklausuren NRW • bettermarks-Abitur/EF-Prüfungstraining • Gezielte Beratung im Lerntandem

Fachliche Schwerpunktsetzung und rechtlicher Rahmen der Leistungsbewertung

Die zeitliche Struktur des Vertiefungskurses spiegelt die curricularen Entwicklungsbedarfe der Lernenden wider. Im ersten Schulhalbjahr (EF.1) steht die konsequente Behebung von Defiziten der Sekundarstufe I im Zentrum: Ohne ein fehlerfreies Beherrschen von Termumformungen, Bruchtermen, linearen und quadratischen Gleichungen sowie elementaren Potenzgesetzen scheitern Schülerinnen und Schüler in der

Oberstufe erfahrungsgemäß nicht am neuen Analysis-Konzept, sondern an mangelnder Basiskalkül-Sicherheit. Durch die Kombination von bettermarks-Aufgaben und Modulen I bis III wird diese handwerkliche Basis systematisch stabilisiert.

Im zweiten Schulhalbjahr (EF.2) verlagert sich der Schwerpunkt auf das propädeutische Grundverständnis der Differentialrechnung (Module IV bis VII). Hierbei geht es ausdrücklich nicht um das repetitive Vorwegnehmen formaler Ableitungsregeln, die zeitgleich im Grundkurs unterrichtet werden. Vielmehr zielt der Vertiefungskurs auf die kognitive Fundierung des Ableitungsbegriffs als lokale Änderungsrate, das qualitative Zeichnen und Verstehen von Steigungsgraphen sowie die wechselseitige Deutung von Ausgangsfunktion, erster und zweiter Ableitung (f, f', f'') in authentischen Realkontexten (Geschwindigkeit, Trassenbau, Kosten, Medizin). Dadurch wird sichergestellt, dass die Schülerinnen und Schüler beim Eintritt in die Qualifikationsphase (Q1) über ein robustes, vernetztes Konzeptwissen verfügen, das ihnen sowohl im Grundkurs als auch im Leistungskurs mathematische Handlungssicherheit verleiht.

Gemäß den Bestimmungen der APO-GOSt (§ 8 Abs. 2) werden Vertiefungskurse nicht benotet; sie sind nicht versetzungswirksam und fließen nicht in die Gesamtqualifikation ein. Auf dem Halbjahres- und Versetzungszeugnis der Einführungsphase wird die Teilnahme durch die standardisierte Zeugnisbemerkung „teilgenommen“ bzw. „mit besonderem Erfolg teilgenommen“ ausgewiesen.

Die Vergabe der qualifizierten Bemerkung „mit besonderem Erfolg teilgenommen“ setzt am Mariengymnasium Essen-Werden das verlässliche Erfüllen folgender Kriterien voraus:

• Kontinuierliche und aktive Arbeitshaltung: Selbstständige, zielstrebige Nutzung der Arbeitszeiten im Unterricht und regelmäßige selbstorganisierte Bearbeitung zugewiesener Übungsserien auf der Plattform bettermarks.

• Lückenlose und sorgfältige Mappenführung: Strukturierte Führung der Lernmappe (bzw. des OneNote-Kursnotizbuchs) inklusive vollständigem Inhaltsverzeichnis mit individuellen Reflexionskommentaren, sauber abgehefteten Diagnosetests und korrigierten Testaten.

• Nachweisbarer Kompetenzzuwachs durch Testate: Erfolgreicher, dokumentierter Abschluss der vereinbarten Module und Bestehen der zugehörigen schriftlichen Einzeltestate.

• Engagement im Helfersystem: Aktive Übernahme von Verantwortung als thematischer Experte auf der Expertenliste des Kurses und wertschätzende, geduldige Unterstützung von Mitschülerinnen und Mitschülern bei der gemeinsamen Erarbeitung von Lerninhalten.

2.1.3 Q1

Die Qualifikationsphase 1 (Jahrgangsstufe Q1) führt die in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen systematisch fort und vertieft diese im Rahmen der Differenzierung in Grund- und Leistungskurse. Am Mariengymnasium Essen-Werden werden in der Regel 2 fünfstündige Leistungskurse und 4 dreistündige Grundkurse eingerichtet. Die Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben basiert auf den eingeführten Lehrwerken Lambacher Schweizer Qualifikationsphase Grundkurs bzw. Leistungskurs (Klett Verlag, Ausgabe NRW G9). In der folgenden curricularen Darstellung werden Grundkurs und Leistungskurs parallel abgebildet; reine Leistungskurs-Inhalte und -Kompetenzen sind zur transparenten Orientierung optisch

hervorgehoben (gelb hinterlegt und als [Nur LK] gekennzeichnet).
Die zeitliche Planung umfasst für den Grundkurs ca. 106 Unterrichtsstunden und für den Leistungskurs ca. 131 Unterrichtsstunden. Das Inhaltsfeld Funktionen und Analysis bildet mit den Kapiteln I bis IV den Schwerpunkt der Q1 (Fortführung der Differenzialrechnung, Integralrechnung, Exponentialfunktionen sowie Produkt- und Kettenregel). Das Unterrichtsvorhaben Q1-V (Vektoren, Geraden und Winkel) schlägt die Brücke zur Analytischen Geometrie: Es soll in der Regel zum Ende der Q1 unterrichtet werden, kann jedoch bei kurzen Schuljahren oder organisatorischen Verschiebungen flexibel zu Beginn der Q2 fortgeführt werden.
Klausurtaktung in der Q1:
• Halbjahr Q1.1: Klausur Nr. 1 am Ende von UV Q1-I; Klausur Nr. 2 am Ende von UV Q1-II (Halbjahresabschluss).
• Halbjahr Q1.2: Klausur Nr. 3 nach UV Q1-III (bzw. Ersatz durch die Facharbeit für Schülerinnen und Schüler, die ihre Facharbeit im Fach Mathematik schreiben); Klausur Nr. 4 am Ende von UV Q1-IV im Grundkurs (reiner Analysis-Schwerpunkt) bzw. am Ende von UV Q1-V im Leistungskurs (unter Einbezug der Vektorgeometrie und Schnittwinkel).

Übersichtsraster der Unterrichtsvorhaben in der Qualifikationsphase 1 (Q1)

UV	Thema / Kapitel (Lambacher Schweizer Q-Phase)	Inhaltsfeld(er)	Inhaltliche Schwerpunkte (KLP NRW)	Zeitbedarf	Leistungsüberprüfung
Q1-I	Kapitel I: Fortsetzung der Differenzialrechnung	Funktionen und Analysis (A)	Ganzrationale Funktionen; Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen; Rekonstruktion von Funktionstermen (Steckbriefaufgaben); Funktionen mit Parametern / Funktionsscharen; **[Nur LK]: biquadratische Gleichungen, Wurzelfunktion als Umkehrfunktion, Ableitung von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten, Approximation durch lineare Funktionen**	GK: ca. 26 U-Std. LK: ca. 30 U-Std.	**Klausur Nr. 1 (am Ende von UV Q1-I; GK: 90 min, LK: 135 min)**
Q1-II	Kapitel II: Integralrechnung	Funktionen und Analysis (A)	Produktsummen und Rekonstruktion eines Bestandes; orientierter Flächeninhalt; bestimmtes Integral; Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung; Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen; Flächenberechnung zwischen Funktionsgraph und Achse sowie zwischen Graphen; **[Nur LK]: Begründung des Hauptsatzes über Stetigkeit, uneigentliche Integrale (unbegrenzte Flächen), Rotationskörper um die Abszisse, Mittelwerte von Funktionen**	GK: ca. 24 U-Std. LK: ca. 35 U-Std.	**Klausur Nr. 2 (am Ende von UV Q1-II; GK: 90 min, LK: 135 min; Abschluss Q1.1)**
Q1-III	Kapitel III: Exponentialfunktionen	Funktionen und Analysis (A)	Eigenschaften und Graphen von Exponentialfunktionen f(x) = a·b^x; die natürliche Exponentialfunktion f(x) = e^x und ihre Ableitung (f' = f); transformierte e-Funktionen; Modellierung begrenzter und unbegrenzter Wachstums- und Zerfallsvorgänge;	GK: ca. 19 U-Std. LK: ca. 26 U-Std.	**Klausur Nr. 3 (Mitte Q1.2; GK: 90 min, LK: 135 min; wird bei Facharbeit im Fach Mathematik ersetzt)**

			[Nur LK]: Ableitung beliebiger Exponentialfunktionen f(x) = a^x; natürliche Logarithmusfunktion f(x) = ln(x) als Umkehrfunktion; Funktionsscharen von e-Funktionen		
Q1-IV	Kapitel IV: Weitere Funktionen	Funktionen und Analysis (A)	Produktregel für ganzrationale Funktionen und Exponentialfunktionen; Kettenregel für lineare Verkettungen f(x) = e^(mx+b); Untersuchung zusammengesetzter Funktionen in Sachzusammenhängen; **[Nur LK]: Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion; allgemeine Kettenregel; zusammengesetzte Logarithmusfunktionen; Scharen zusammengesetzter Funktionen**	GK: ca. 22 U-Std. LK: ca. 25 U-Std.	**Klausur Nr. 4 (GK) (Abschluss Q1.2; 90 min; reiner Analysis-Fokus)**
Q1-V	Kapitel V: Vektoren, Geraden und Winkel	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)	Wiederholung: Punkte, Vektoren, Geraden und Lagebeziehungen im R^3; Skalarprodukt zweier Vektoren (geometrische und koordinatenmäßige Definition); Orthogonalitätskriterium; Berechnung von Winkeln und Schnittwinkeln zwischen Geraden; geometrische Objekte im Raum; [Flexibel]: Kann bei Bedarf in die Q2 verschoben werden	GK: ca. 15 U-Std. LK: ca. 15 U-Std.	**Klausur Nr. 4 (LK) (Abschluss Q1.2; 135 min; inklusive Vektorgeometrie)**

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben der Qualifikationsphase 1 (Q1)

Unterrichtsvorhaben Q1-I: Fortsetzung der Differenzialrechnung

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase (GK S. 8–35 / LK S. 8–37) | **Zeitbedarf:** GK: ca. 26 U-Std. | LK: ca. 30 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte: Ganzrationale Funktionen; Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen; Rekonstruktion von Funktionstermen (Steckbriefaufgaben); Untersuchung von Funktionen mit Parametern und Funktionsscharen;
[Nur LK]: Lösen biquadratischer Gleichungen ohne Hilfsmittel; Wurzelfunktion als Umkehrfunktion unter Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich; Ableitung von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten (f(x) = x^(m/n)); Deutung der Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … • führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese (GK-1 / LK-2). • nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (GK-2 / LK-3). • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben (Steckbriefaufgaben) (GK-3 / LK-4). • erläutern den Begriff der	**Operieren:** • bilden Ableitungen ganzrationaler Funktionen und Potenzfunktionen sicher von Hand (Ope-1, Ope-3, Ope-4). • lösen lineare Gleichungssysteme bei Steckbriefaufgaben händisch und mit dem MMS (Ope-7, Ope-12). • nutzen das CAS (Casio ClassPad II) zum symbolischen Lösen von Gleichungen mit Parametern sowie zum Erstellen von Graphen von Funktionsscharen (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • erfassen und strukturieren reale	**Standard:** Strikter Leitfaden für Extremwertprobleme: 1. Skizze & Bezeichnungen, 2. Hauptbedingung (Zielfunktion), 3. Nebenbedingung & Definitionsbereich, 4. Zielfunktion einer Variablen, 5. Differentialrechnung & hinreichendes Kriterium, 6. Randwertvergleich, 7. Antwortsatz mit Einheiten. **Steckbriefaufgaben:** Systematisches Übersetzen von Textaussagen in algebraische Gleichungen (z. B. 'berührt Abszisse bei x=2' -> f(2)=0 und f'(2)=0; 'Wendepunkt auf der y-Achse' -> f''(0)=0). **MMS & CAS:** Casio ClassPad II: Lösen linearer Gleichungssysteme über das 2D-Klammersystem

Umkehrfunktion am Beispiel der Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und Wertebereichs (GK-4 / LK-12). • bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen sowie der Potenzfunktionen √x und 1/x (GK-5 / LK-6). • untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung (GK-7 / LK-7). • lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen (GK-20 / LK-23). **[Nur LK] lösen biquadratische Gleichungen auch ohne Hilfsmittel (LK-1).** **[Nur LK] interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen (Ortskurven von Extrem- und Wendepunkten) (LK-5).** **[Nur LK] bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten (LK-6).** **[Nur LK] deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen (lokale Linearisierung) (LK-8).**	Optimierungsprobleme (z. B. Materialverbrauch bei Verpackungen, Tunnelprofile, Ertragsmaximierung) (Mod-1, Mod-2). • stellen Zielfunktion und Nebenbedingung auf, eliminieren Variablen und bestimmen Definitionsgrenzen (Mod-3, Mod-5). • interpretieren Extremalwerte im Sachkontext und reflektieren Randextrema (Mod-6, Mod-7). **Problemlösen:** • wählen heuristische Hilfsmittel (Planfigur, Skizze, informative Tabelle) zur Strukturierung von Nebenbedingungen aus (Pro-3, Pro-6). • setzen Routineverfahren sicher und kalkülfest ohne Hilfsmittel ein (Pro-7). **Argumentieren & Kommunizieren:** • begründen die Existenz von Maxima/Minima über hinreichende Kriterien und Randwerte (Arg-5, Arg-8). • verwenden die mathematische Fachsprache (Hauptbedingung, Nebenbedingung, Zielfunktion, Randminimum, Steckbrief) normgerecht (Kom-2, Kom-6).	{ und rref; grafisches Darstellen von Funktionsscharen über Schieberegler. **[Nur LK] Vertiefung von Funktionsscharen: Algebraische Bestimmung gemeinsamer Punkte der Schar fa(x) sowie rechnerisches Ermitteln von Ortskurven der Extrem- und Wendepunkte durch Elimination des Scharparameters a.** **[Nur LK] Exkurs: Lineare Approximation und Fehlerabschätzung (Tangente als beste lineare Näherung).** **Leistungsüberprüfung: Klausur Nr. 1 am Ende von UV Q1-I (GK: 90 Minuten, LK: 135 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II).**

Unterrichtsvorhaben Q1-II: Integralrechnung

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase (GK S. 36–65 / LK S. 38–73) | **Zeitbedarf:** GK: ca. 24 U-Std. | LK: ca. 35 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte: Produktsummen im Sachkontext (Rekonstruktion einer Größe / Bestandsfunktion); orientierter Flächeninhalt; bestimmtes Integral; qualitativer Grenzwertübergang von der Produktsumme zum Integral; Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung; Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen (Potenz-, Faktor-, Summenregel); Intervalladditivität und Linearität von Integralen; Berechnung von Flächeninhalten zwischen Graph und x-Achse sowie zwischen zwei Funktionsgraphen;
[Nur LK]: Begründung des Hauptsatzes unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs; uneigentliche Integrale (unbegrenzte Flächen ins Unendliche oder zu Polstellen); Volumen von Rotationskörpern bei Rotation um die Abszisse ($V = \pi \cdot \int (f(x))^2 \, dx$); Mittelwerte von Funktionen

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … • interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des	**Operieren:** • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen sicher ohne	**Didaktischer Einstieg:** Rekonstruktion von Größen (z. B. Wasserstand im Becken bei gegebener Zuflussrate oder zurückgelegter Weg

Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe (GK-11 / LK-14). • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung (GK-12 / LK-15). • skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen einer zugehörigen Flächeninhaltsfunktion (GK-13 / LK-16). • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs (GK-14 / LK-17). • erläutern geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung und wenden ihn an (GK-15 / LK-18). • nutzen vorgegebene Stammfunktionen und bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen (GK-16 / LK-19). • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen (GK-17 / LK-20). • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion (GK-18 / LK-21). • ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen (GK-19 / LK-22). **[Nur LK] begründen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs (LK-18).** **[Nur LK] verwenden die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion x ↦ 1/x (LK-19).** **[Nur LK] ermitteln Flächeninhalte mithilfe von uneigentlichen Integralen sowie Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen (LK-22).**	Hilfsmittel von Hand (Ope-3, Ope-4). • wenden die Integrationsregeln (Linearität, Intervalladditivität) regelsicher an (Ope-4, Ope-7). • nutzen das MMS (Casio ClassPad II) zur numerischen und symbolischen Berechnung bestimmter Integrale (∫-Taste) (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • rekonstruieren Bestandsgrößen aus gegebenen Zufluss-/Abflussraten, Geschwindigkeiten oder Leistungskurven (Mod-3, Mod-5). • deuten das bestimmte Integral als Gesamtbilanz / Nettoänderung und grenzen es vom absoluten Flächeninhalt ab (Mod-6, Mod-7). **Problemlösen & Argumentieren:** • begründen den Unterschied zwischen bestimmtem Integral (vorzeichenbehaftet) und geometrischem Flächeninhalt (stets positiv, Nullstellenteilung erforderlich) (Arg-4, Arg-5). • vollziehen den Grenzwertprozess von Ober- und Untersummen (Riemann-Summen) nach (Arg-6, Arg-9). **Kommunizieren:** • versprachlichen Integralbeziehungen präzise (Integrand, Integrationsvariable, Integrationsgrenzen, Stammfunktion) (Kom-2, Kom-6).	aus v-t-Graph); Betonung der Einheit des Integrals als Produkt der Achseneinheiten (z. B. m/s · s = m). **Flächenberechnung:** Verbindlicher Standard zur Bestimmung von Flächen zwischen Graph und x-Achse: Immer zuerst Nullstellen im Intervall bestimmen, Teilintegrale bilden und Beträge summieren! **MMS & CAS:** Casio ClassPad II: Berechnung bestimmter Integrale im Main-Menü sowie grafische Darstellung von Flächen und Integralfunktionen im Graph-Menü. **[Nur LK] Herleitung der Rotationsvolumenformel V = π·∫(f(x))² dx über Zylinderscheiben; Berechnung von Volumina realer Hohl- und Drehkörper (Vasen, Trichter, Gläser).** **[Nur LK] Uneigentliche Integrale: Saubere Limes-Schreibweise lim (k→∞) ∫_a^k f(x) dx verbindlich einfordern.** **Leistungsüberprüfung: Klausur Nr. 2 am Ende von UV Q1-II (GK: 90 Minuten, LK: 135 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II; Abschluss des Halbjahres Q1.1).**

Unterrichtsvorhaben Q1-III: Exponentialfunktionen

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase (GK S. 66–93 / LK S. 74–105) | **Zeitbedarf:** GK: ca. 19 U-Std. | LK: ca. 26 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte: Exponentialfunktionen der Form f(x) = a·b^x (b > 0, b ≠ 1); Graphenverläufe, Asymptoten, Monotonie; die natürliche Exponentialfunktion f(x) = e^x und die Eulersche Zahl e; Besonderheit der e-Funktion (f' = f); Ableitung einfacher transformierter e-Funktionen f(x) = a·e^(kx) + c; Modellierung von unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsprozessen sowie begrenztem Wachstum (Sättigungsprozesse mit Schranke S: f(x) = S - (S - c)·e^(-kt));
[Nur LK]: Ableitung beliebiger Exponentialfunktionen f(x) = a^x über a^x = e^(x·ln a); die natürliche Logarithmusfunktion f(x) = ln(x) als Umkehrfunktion; Ableitung der ln-Funktion; Funktionsscharen von e-Funktionen

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … • nutzen die Eigenschaften von Exponentialfunktionen sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen (GK-2 / LK-3). • bilden ohne Hilfsmittel die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion (GK-5 / LK-6). • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen f(x) = e^(mx+b) an (GK-6 / LK-6). • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion (f' = f) (GK-9 / LK-10). • verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung (GK-10 / LK-11). • lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von Exponentialfunktionen (GK-20 / LK-23). **[Nur LK] bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen beliebiger Exponentialfunktionen f(x) = a^x sowie der natürlichen Logarithmusfunktion f(x) = ln(x) (LK-6).** **[Nur LK] untersuchen die natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion auf Umkehrbarkeit und ermitteln Funktionsterme von Umkehrfunktionen (LK-12, LK-13).** **[Nur LK] untersuchen Funktionsscharen von e-Funktionen im Sachkontext (LK-5, LK-7).**	**Operieren:** • leiten natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten f(x) = e^(mx+b) regelsicher von Hand ab (Innere Ableitung m!) (Ope-3, Ope-4). • lösen Exponential- und Logarithmengleichungen händisch und mit dem MMS (Ope-7, Ope-12). • nutzen das CAS zur Bestimmung von Schnittpunkten, Nullstellen und Extrema (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • übersetzen reale Wachstums- und Zerfallsprozesse (Medikamentenabbau, Abkühlungsvorgänge, radioaktiver Zerfall, Infektionszahlen) in Exponentialmodelle (Mod-3, Mod-4). • bestimmen Parameter (Anfangswert, Wachstums-/Zerfallskonstante k, Schranke S) aus gegebenen Textdaten (Mod-5). • reflektieren die Grenzen unbeschränkten Wachstums und beurteilen die Passung begrenzter Wachstumsmodelle (Mod-7, Mod-8). **Problemlösen & Argumentieren:** • begründen das Grenzverhalten für x → ±∞ unter Beachtung der Asymptote y = c bzw. y = S (Arg-5). • nutzen heuristische Strategien zur Ermittlung von Halbwerts- und Verdopplungszeiten (Pro-4, Pro-5).	**Didaktischer Zugang:** Konfrontation mit realen Daten (z. B. Abkühlung von Kaffee, Bierschaumzerfall, Ladevorgang eines Kondensators); Verdeutlichung der Eulerschen Zahl e als Basis mit Tangentensteigung 1 bei x = 0. **Begrenztes Wachstum:** Erarbeitung der Differenzialgleichung f'(t) = k·(S - f(t)) als Proportionalität zwischen Zuwachsrate und noch vorhandenem Sättigungsmanko; Modellierung als Schranke minus Zerfall. **MMS & CAS:** Casio ClassPad II: Nutzung der e-Funktion (e^) und des natürlichen Logarithmus (ln); numerische Regression (ExpReg) zur Parameteranpassung aus Messwerttabellen. **[Nur LK] Vertiefung: Die ln-Funktion als Umkehrfunktion über Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden y = x; Herleitung der Ableitung (ln x)' = 1/x.** **[Nur LK] Exkurs: Differenzialgleichungen des logistischen und beschränkten Wachstums.** **Leistungsüberprüfung: Klausur Nr. 3 Mitte Q1.2 (GK: 90 Minuten, LK: 135 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit CAS; wird für Schülerinnen und Schüler mit Facharbeit im Fach Mathematik regulär durch die Facharbeit ersetzt!).**

Unterrichtsvorhaben Q1-IV: Weitere Funktionen (Zusammengesetzte Funktionen)

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase (GK S. 94–119 / LK S. 106–133) | **Zeitbedarf:** GK: ca. 22 U-Std. | LK: ca. 25 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte: Produktregel für Funktionen: u(x)·v(x) -> f'(x) = u'(x)·v(x) + u(x)·v'(x) (insbesondere Verknüpfungen ganzrationaler Funktionen mit e-Funktionen: f(x) = (ax+b)·e^(kx)); Kettenregel bei linearen inneren Funktionen; Kurvendiskussion zusammengesetzter Funktionen (Nullstellen mit Satz vom Nullprodukt, Ausklammern von e-Termen, Extrema, Wendepunkte, Grenzverhalten); Modellieren in Sachkontexten;
[Nur LK]: Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion (sin' = cos, cos' = -sin); allgemeine Kettenregel für nichtlineare innere Funktionen f(x) = u(v(x)) -> f'(x) = u'(v(x))·v'(x); zusammengesetzte Funktionen mit trigonometrischen und Logarithmusfunktionen; Scharen zusammengesetzter Funktionen

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … • bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von Produkten ganzrationaler Funktionen mit der natürlichen Exponentialfunktion und wenden die Produktregel an (GK-5 / LK-6). • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an (GK-6 / LK-6). • untersuchen zusammengesetzte Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen (GK-7 / LK-7). • nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge (GK-8 / LK-9). • lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von zusammengesetzten Funktionen (GK-20 / LK-23). **[Nur LK] bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktionen sowie der natürlichen Logarithmusfunktion und wenden die Produkt- und allgemeine Kettenregel an (LK-6).** **[Nur LK] nutzen die Eigenschaften von Sinus- und Kosinusfunktionen der Form f(x) = a·sin(bx+c)+d sowie deren Ableitungen zur Modellierung periodischer Prozesse (LK-3, LK-23).** **[Nur LK] verwenden die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von 1/x und bestimmen Integrale**	**Operieren:** • wenden Produkt- und Kettenregel kalkülfest ohne Hilfsmittel an (Ope-3, Ope-4). • beherrschen die algebraische Ausklammertechnik für e-Terme zur Bestimmung von Nullstellen und Extrema regelsicher von Hand: e^(kx)·(Term) = 0 (Ope-4, Ope-7). • nutzen das CAS zur Kontrolle von Ableitungen und Integralen zusammengesetzter Funktionen (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • erfassen komplexe Sachsituationen (z. B. Schadstoffkonzentration im Blut, Einschaltströme, Ertragsverläufe) und modellieren diese mit zusammengesetzten Funktionen (Mod-3, Mod-5). • interpretieren globale Extrema und Grenzwerte (Dominanz der e-Funktion gegenüber Polynomen für x → -∞ bzw. +∞) im Sachkontext (Mod-6, Mod-7). **Problemlösen & Argumentieren:** • begründen das Verhalten für x → ±∞ argumentativ über das asymptotische Verhalten der e-Funktion (e^(-x) strebt schneller gegen 0 als jede Potenz x^n wächst) (Arg-5, Arg-6). • analysieren und korrigieren typische Rechenfehler beim Anwenden der Produktregel (Pro-11).	**Algebraischer Standard:** Zwingende Einübung der Routine: Nach Anwenden der Produktregel IMMER sofort den e-Term ausklammern und den Restterm zusammenfassen, bevor die Ableitung gleich null gesetzt wird! **Asymptotisches Verhalten:** Qualitatives Erarbeiten der Wachstumsdominanz: Die e-Funktion dominiert jede ganzrationale Funktion im Unendlichen (z. B. lim (x→∞) x·e^(-x) = 0). **MMS & CAS:** Casio ClassPad II: Ableitungsoperator diff, Gleichungslösen mit solve; Kontrolle von Nullstellen und Extremwerten. **[Nur LK] Allgemeine Kettenregel: Systematisches Zerlegen in äußere Funktion u und innere Funktion v; Einüben an f(x) = e^(x²), f(x) = sin(2x+1) und f(x) = ln(x²+1).** **[Nur LK] Exkurs: Ableitung der Sinusfunktion über Additionstheoreme und Grenzwerte von Differenzenquotienten.** **Leistungsüberprüfung: Klausur Nr. 4 im Grundkurs (90 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit CAS; reiner Analysis-Schwerpunkt zu e-Funktionen und Produktregel; Schuljahresabschluss Q1.2 im GK).**

zusammengesetzter Funktionen (LK-19, LK-22).		

Unterrichtsvorhaben Q1-V: Vektoren, Geraden und Winkel

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase (GK S. 120–139 / LK S. 134–157) | **Zeitbedarf:** GK: ca. 15 U-Std. | LK: ca. 15 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)
Inhaltliche Schwerpunkte: Wiederholung der Basiskonzepte der Analytischen Geometrie aus der EF: Punkte im R^3, Ortsvektoren, Geradengleichungen in Parameterform (g: x = p + t·u), gegenseitige Lagebeziehungen von Geraden; Skalarprodukt zweier Vektoren (Definition a·b = a1·b1 + a2·b2 + a3·b3); geometrische Deutung und Orthogonalitätskriterium (a ⊥ b <=> a·b = 0); Berechnung von Beträgen und Winkeln über das Skalarprodukt: cos(α) = (a·b) / (|a|·|b|); Schnittwinkel zwischen Geraden (cos(α) = |u·v| / (|u|·|v|)); geometrische Figuren im Raum (rechtwinklige Dreiecke, Rhomben, Quader);
[Flexibilität]: UV Q1-V soll in der Regel zum Ende der Q1 unterrichtet werden, kann jedoch bei kurzen Schuljahren oder Termindrängen flexibel zu Beginn der Q2 fortgeführt werden.

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … • deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es (GK-1 / LK-2). • berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (Geraden) (GK-5 / LK-9). • untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse (GK-9 / LK-12). **[Nur LK] untersuchen komplexe räumliche Körper und Schattenwürfe unter Verwendung von Skalarprodukt und Geradengleichungen (LK-12).** **[Nur LK] Exkurs: Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) zur Bestimmung von Normalenvektoren und Flächeninhalten von Parallelogrammen und Dreiecken.**	**Operieren:** • berechnen Skalarprodukte und Vektorlängen kalkülfest von Hand ohne Hilfsmittel (Ope-1, Ope-3, Ope-4). • wenden die Schnittwinkelformel sicher an (Betrag im Zähler bei Geraden beachten!) (Ope-4, Ope-7). • nutzen das MMS (Casio ClassPad II) zur Vektor- und Matrizenrechnung (dotP-Befehl) (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • erfassen reale räumliche Kontexte (Sonnenstand, Schattenwurf, Flugsicherung, Dachneigungen) in vektoriellen Modellen (Mod-1, Mod-3). • interpretieren Schnittwinkel und Richtungsänderungen im Anwendungskontext (Mod-6). **Problemlösen & Argumentieren:** • weisen Orthogonalität und geometrische Formeigenschaften (z. B. Rechteck, Raute) mithilfe des Skalarprodukts nach (Arg-5, Arg-6). • begründen, warum der Schnittwinkel zwischen Geraden stets als spitzer Winkel (0° ≤ α ≤ 90°) über den Betrag im Zähler definiert ist (Arg-4, Arg-8). **Kommunizieren:** • erstellen übersichtliche Skizzen und Schrägbilder räumlicher Situationen und präsentieren Lösungswege schlüssig (Kom-2, Kom-8).	**Fachdidaktischer Standard:** Geometrische Herleitung des Skalarprodukts über den Kosinussatz; klare Unterscheidung: Skalarmultiplikation (Zahl · Vektor = Vektor) vs. Skalarprodukt (Vektor · Vektor = Zahl!). **Schnittwinkel:** Verbindliche Klärung: Bei Geraden wird der spitze Schnittwinkel (Betragsstriche im Zähler) gesucht; bei Vektoren kann der eingeschlossene Winkel auch stumpf sein. **MMS & CAS:** Casio ClassPad II: Vektoreingabe über Action -> Vektor -> dotP (Skalarprodukt) und norm (Betrag); Winkelberechnung mit arccos. **Leistungsüberprüfung: Im Grundkurs (GK) wird UV Q1-V in der Regel NICHT mehr in einer Klausur der Q1 abgeprüft (Klausur 4 im GK fokussiert die Analysis); im Leistungskurs (LK) fließt UV Q1-V verbindlich in die Klausur Nr. 4 am Ende der Q1 ein (135 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit CAS).** **Curriculare Flexibilität:** Sollte das Zeitbudget in der Q1.2 aufgrund von beweglichen Ferientagen oder Prüfungsphasen knapp werden, kann UV Q1-V in Absprache im Jahrgangsstufenteam zu Beginn der Q2.1 vor der Behandlung der Ebenen unterrichtet werden.

2.1.4 Q2

Die Qualifikationsphase 2 (Jahrgangsstufe Q2) bildet den krönenden Abschluss der gymnasialen Oberstufe im Bildungsgang G9 und führt direkt zu den schriftlichen und mündlichen Abiturprüfungen. Der Unterricht am Mariengymnasium Essen-Werden vertieft die beiden Inhaltsfelder Analytische Geometrie und Lineare Algebra sowie Stochastik und sichert durch eine systematische Wiederholungs- und Vernetzungsphase die Abiturfähigkeit aller Schülerinnen und Schüler in den 2 Leistungskursen (fünfstündig) und 4 Grundkursen (dreistündig). Grundlage bilden die Lehrwerke Lambacher Schweizer Qualifikationsphase Grundkurs bzw. Leistungskurs (Klett Verlag, NRW G9).
In der curricularen Darstellung werden Grund- und Leistungskurs parallel geführt; reine Leistungskurs-Inhalte und -Kompetenzen sind optisch gelb hervorgehoben und als [Nur LK] gekennzeichnet. Das Unterrichtsvorhaben Q2-VII (Lagebeziehungen und Abstände) sowie das Unterrichtsvorhaben Q2-X (Beurteilende Statistik & Normalverteilung) sind obligatorische Bestandteile des Leistungskurses, während der Grundkurs diese Themenbereiche nicht abdeckt und stattdessen vertiefte Übungs- und Abiturvorbereitungszeiten nutzt. Die zeitliche Planung umfasst für den Grundkurs ca. 71 Unterrichtsstunden (plus Puffer/Abiturtraining) und für den Leistungskurs ca. 134 Unterrichtsstunden (plus Puffer/Abiturtraining). In der Q2.2 schließt die Unterrichtszeit vor den Osterferien ab.

Klausurtaktung in der Q2:

• Halbjahr Q2.1: Klausur Nr. 1 am Ende der Analytischen Geometrie (UV Q2-VI im GK bzw. UV Q2-VI und VII im LK; Dauer: GK 135 min, LK 180 min); Klausur Nr. 2 am Ende der Stochastik I (UV Q2-VIII; Dauer: GK 135 min, LK 180 min).
• Halbjahr Q2.2: Vorabiturklausur unter Abiturbedingungen (Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II; Dauer: Grundkurs 3 Zeitstunden / 180 min für 3. Abiturfächer; Leistungskurs 4,25 Zeitstunden / 255 min für alle Prüflinge). Die Vorabiturklausur bezieht alle drei Inhaltsfelder (Analysis, Geometrie, Stochastik) ein.

Übersichtsraster der Unterrichtsvorhaben in der Qualifikationsphase 2 (Q2)

UV	Thema / Kapitel (Lambacher Schweizer Q-Phase)	Inhaltsfeld(er)	Inhaltliche Schwerpunkte (KLP NRW)	Zeitbedarf	Leistungsüberprüfung
Q2-VI	Kapitel VI: Ebenen	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)	Ebenen im Raum; Parameterform; Normalenvektor; Koordinatenform und Normalenform; Gauß-Algorithmus zum Lösen linearer Gleichungssysteme (LGS) bis 3x3 ohne Hilfsmittel; Schnittpunkte Gerade-Ebene (Durchstoßpunkte); Schnittwinkel (Gerade-Ebene, Ebene-Ebene); geometrische Objekte und Symmetriebetrachtungen; **[Nur LK]: Ebenen aus drei Punkten, Normalenform vertieft, Spurpunkte und Spurgeraden**	GK: ca. 21 U-Std. LK: ca. 24 U-Std.	**Klausur Nr. 1 (Q2.1) (GK: 135 min; LK zusammen mit UV VII: 180 min)**
Q2-VII	Kapitel VII:	Analytische Geometrie	**[Reines Leistungskurs-Vorhaben!]**	GK: entfällt	**Klausur Nr. 1 (Q2.1)**

[Nur LK]	Lagebeziehungen und Abstandsberechnungen	und Lineare Algebra (G)	Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen (Schnittgerade, Parallelität, Identität); Abstandsberechnungen im Raum (alle Kombinationen): Abstand Punkt-Ebene (Hessesche Normalenform / Lotgerade), Abstand Punkt-Gerade, Abstand windschiefer Geraden (Abstand paralleler Hilfsebenen / Lotfußpunkte); Spiegelungen an Ebenen; Modellieren von Abständen in Realsituationen	LK: ca. 30 U-Std.	**(LK: 180 min; zusammen mit UV VI)**
Q2-VIII	Kapitel VIII: Statistik und Wahrscheinlichkeit	Stochastik (S)	Mehrstufige Zufallsexperimente; Urnenmodelle (Ziehen mit/ohne Zurücklegen); Baumdiagramme, Pfadregeln; Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten P_B(A); stochastische Unabhängigkeit; Verknüpfung von Ereignissen; Simulationen; diskrete Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen; Kenngrößen: Erwartungswert E(X), Varianz V(X) und Standardabweichung σ(X); Summenzeichen	GK: ca. 29 U-Std. LK: ca. 29 U-Std.	**Klausur Nr. 2 (Q2.1) (am Ende von UV Q2-VIII; GK: 135 min, LK: 180 min)**
Q2-IX	Kapitel IX: Binomialverteilung	Stochastik (S)	Bernoulli-Ketten und Bernoulli-Formel; Binomialverteilung B(n; p; k); Histogramme; Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen ($\mu = n \cdot p$, $\sigma = \sqrt{(n \cdot p \cdot (1-p))}$); kumulierte Wahrscheinlichkeiten ($P(X \leq k)$, Umkehraufgaben / 'mindestens-Aufgaben'); Modellieren stochastischer Prozesse; **[Nur LK]: Kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten (n über k) und hilfsmittelfreie Berechnung; Sigma-Regeln für prognostische Intervalle**	GK: ca. 21 U-Std. LK: ca. 25 U-Std.	**Fließt in die Vorabiturklausur Q2.2 ein**
Q2-X **[Nur LK]**	Kapitel X: Prognose- und Konfidenzintervalle, Normalverteilung	Stochastik (S)	**[Reines Leistungskurs-Vorhaben!]** Beurteilende Statistik: Prognoseintervalle für absolute und relative Häufigkeiten mithilfe der σ-Regeln; Konfidenzintervalle für unbekannte Wahrscheinlichkeiten p (Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit); Abschätzung des erforderlichen Stichprobenumfangs n; Stetige Zufallsgrößen: Verteilungsfunktion als Integralfunktion; Normalverteilung: Gauß'sche Glockenkurve, Dichtefunktion, Einfluss der Parameter μ und σ	GK: entfällt LK: ca. 25 U-Std.	**Fließt in die Vorabiturklausur Q2.2 ein**
Q2-Abschluss	Vernetzung, Abiturtraining & Vorabiturklausur	Inhaltsfeldübergreifend: Analysis (A), Geometrie (G), Stochastik (S)	Kumulatives Wiederholen und fächerübergreifendes Vernetzen aller drei Inhaltsfelder; intensives Training des hilfsmittelfreien Teils A (Kurzaufgaben, Basiskalküle); Training komplexer Modellierungsaufgaben Teil B mit CAS (Casio ClassPad II);	GK: ca. 15–20 U-Std. LK: ca. 15–20 U-Std.	**Vorabiturklausur Q2.2 (unter Abiturbedingungen; GK: 180 min / 3 Zeitstd.; LK: 255 min / 4,25 Zeitstd.)**

			Bearbeitung originaler Abiturprüfungen der Vorjahre; Vorbereitung auf mündliche Prüfungen (4. Abiturfach)		

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben der Qualifikationsphase 2 (Q2)

Unterrichtsvorhaben Q2-VI: Ebenen

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase (GK S. 140–169 / LK S. 158–187) | **Zeitbedarf:** GK: ca. 21 U-Std. | LK: ca. 24 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)
Inhaltliche Schwerpunkte: Ebenen im dreidimensionalen Raum; Parameterform einer Ebene E: x = p + r·u + s·v; Normalenvektor n und Orthogonalitätsbedingung; Normalenform und Koordinatenform einer Ebene (ax1 + bx2 + cx3 = d); Umwandlung zwischen den Darstellungsformen; Gauß-Algorithmus als systematisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (LGS) bis 3x3 ohne Hilfsmittel; Interpretation von Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme (eindeutige Lösung, unendlich viele Lösungen, keine Lösung); Lagebeziehung Gerade-Ebene und Durchstoßpunkte (Schnittpunkte); Schnittwinkel zwischen Geraden und Ebenen sowie zwischen zwei Ebenen; geometrische Objekte im Raum und Symmetriebetrachtungen (einfache Punktspiegelung an Ebenen);
[Nur LK]: Darstellung von Ebenen, Parallelogrammen und Dreiecken in Parameterform; Spurpunkte und Spurgeraden zur Orientierung im Raum; Normalengleichung über das Vektorprodukt

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … • stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar (GK-2 / LK-1, LK-3). • verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen / Spurpunkte, Normalenvektor) (GK-3 / LK-3). • berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (Durchstoßpunkte) (GK-4 / LK-5). • erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (Gauß-Verfahren) (GK-7 / LK-6). • wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (GK-8 / LK-7). • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen im geometrischen Kontext (GK-8 / LK-8). • berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (Gerade-Ebene, Ebene-Ebene) (GK-5 / LK-9). • nutzen Symmetriebetrachtungen in	**Operieren:** • wenden den Gauß-Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme kalkülfest ohne Hilfsmittel von Hand an (Ope-3, Ope-4, Ope-7). • wechseln sicher zwischen Parameterform, Normalenform und Koordinatenform von Ebenen (Ope-5). • nutzen das MMS (Casio ClassPad II) zum symbolischen Lösen von LGS (rref-Befehl) und zur Kontrolle von Durchstoßpunkten (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • erfassen ebene Begrenzungsflächen realer Baukörper (Dachflächen, Solarmodule, Hanglagen) in Koordinatengleichungen (Mod-1, Mod-3). • berechnen Durchstoßpunkte (z. B. Bohrungen, Laserstrahlen, Pfahllagerungen) und deuten Schnittwinkel (Einfallswinkel des Lichts) (Mod-5, Mod-6). **Problemlösen & Argumentieren:** • begründen die Anzahl der Lösungen eines LGS geometrisch (Schnittpunkt, Schnittgerade, parallele Lage) (Arg-5, Arg-8). • begründen das Auftreten des Sinus in der Schnittwinkelformel zwischen Gerade und Ebene über das	**Didaktischer Standard:** Gauß-Verfahren als universelles Standardverfahren etablieren (Stufenform / Dreiecksform); striktes Einüben des Vorzeichenabgleichs zur Vermeidung von Flüchtigkeitsfehlern. **Darstellungswechsel:** Systematischer Wechsel: Parameterform -> Normalenform (über Skalarprodukt / LGS bzw. LK: Vektorprodukt) -> Koordinatenform durch Ausmultiplizieren; umgekehrt über drei Achsenabschnitte / Spurpunkte. **Schnittwinkel:** Didaktische Klärung: Schnittwinkel Gerade-Ebene nutzt den Sinus wegen des 90°-Versatzes zum Normalenvektor; Schnittwinkel Ebene-Ebene nutzt den Kosinus der beiden Normalenvektoren. **MMS & CAS:** Casio ClassPad II: Lösen über das 2D-Gleichungssystem-Icon bzw. rref(Matrix) im Main-Menü; grafische 3D-Visualisierung von Ebenen im 3D-Graph-Menü. **[Nur LK] Exkurs: Schrägbilder räumlicher Objekte als Projektionen in eine Ebene (axonometrische Projektion).** **Leistungsüberprüfung: Klausur Nr. 1 in Q2.1 (GK: 135 Minuten zu UV Q2-VI; LK: 180 Minuten zusammen mit UV Q2-VII; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II).**

geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen (GK-6 / LK-11). • untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse (GK-9 / LK-12). **[Nur LK] stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar (LK-1).** **[Nur LK] stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum (LK-3).**	Komplement zum Normalenvektor: $\sin(\alpha) = \lvert u \cdot n \rvert / (\lvert u \rvert \cdot \lvert n \rvert)$ (Arg-4, Arg-9). **Kommunizieren:** • erstellen präzise Skizzen räumlicher Konfigurationen und verwenden Fachbegriffe normgerecht (Kom-2, Kom-6, Kom-8).	

Unterrichtsvorhaben Q2-VII: Lagebeziehungen und Abstandsberechnungen [Nur LK]

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase LK (Kapitel VII, S. 188–217) | **Zeitbedarf:** GK: entfällt | LK: ca. 30 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)
Inhaltliche Schwerpunkte: [Reines Leistungskurs-Unterrichtsvorhaben!]
Lagebeziehungen von Ebenen (identisch, parallel, sich in einer Schnittgeraden schneidend); Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen; Abstandsberechnungen im dreidimensionalen Raum in allen Konfigurationen:
• Abstand eines Punktes von einer Ebene: Hessesche Normalenform (HNF) und Lotgeradenverfahren;
• Abstand eines Punktes von einer Geraden: Hilfsebene senkrecht zur Geraden / laufender Punkt mit Minimalabstand;
• Abstand windschiefer Geraden: Methode der parallelen Hilfsebene / Lotfußpunktverfahren;
Spiegelung von Punkten an Ebenen und Geraden; Abstandsberechnungen in authentischen Sachkontexten (Flugsicherung, Mindestabstände, Tunnelbau)

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … **[Nur LK] untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen (LK-4).** **[Nur LK] bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen in allen Kombinationen (LK-10).** **[Nur LK] führen Spiegelungen an Ebenen durch (LK-11).** **[Nur LK] untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse (LK-12).**	**Operieren:** • stellen die Hessesche Normalenform (HNF) durch Normierung des Normalenvektors (Division durch $\lvert n \rvert$) kalkülfest auf (Ope-3, Ope-4). • bestimmen Abstände sicher von Hand und mit dem MMS (Ope-7, Ope-12). • nutzen das CAS zur symbolischen Lösung von Extremwert-Abstandsproblemen und LGS (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • mathematisieren reale Sicherheitsabstände (Sicherheitskorridore im Flugverkehr, Sicherheitsabstände von Starkstromtrassen zu Gebäuden) (Mod-1, Mod-3).	**[Nur LK] Methodischer Standard bei Punkt-Ebene: Sowohl das analytische Lotgeradenverfahren (Gerade durch P mit Richtung n schneidet E in Lotfußpunkt L) als auch die zeitsparende Hessesche Normalenform d = |(p - a)·n_0| verbindlich einüben.** **[Nur LK] Windschiefe Geraden: Standardverfahren über die zu g parallele Ebene E durch h (mit Normalenvektor n = u_g x u_h); alternativ: Bestimmung der beiden Lotfußpunkte über Orthogonalitätsbedingungen.** **[Nur LK] Spiegelung an Ebenen: Berechnung des Bildpunktes P' über den Ortsvektor OP' = OP + 2·PL.** **[Nur LK] MMS & CAS: Casio ClassPad II: Berechnung von Kreuzprodukten (crossP), Beträgen (norm) und Schnittmengen im Main-**

	• interpretieren berechnete Minimalabstände und reflektieren Modellgrenzen (Mod-6, Mod-8). **Problemlösen:** • wählen begründet das effizienteste Abstandsverfahren aus (z. B. HNF vs. Lotgerade bei Punkt-Ebene) (Pro-5, Pro-6). • zerlegen das Problem des Abstands windschiefer Geraden in eine parallele Hilfsebene (Pro-5, Pro-8). **Argumentieren & Kommunizieren:** • begründen das Lotfußpunktprinzip (kürzester Abstand steht senkrecht auf dem geometrischen Objekt) über Skalarprodukte (Arg-5, Arg-6). • dokumentieren mehrschrittige vektorielle Beweis- und Rechengänge vollständig und strukturiert (Kom-2, Kom-9).	**Menü.** **[Nur LK] Exkurs: Geometrie in Gleichungssystemen – geometrische Deutung von Rang und Lösungsraum.** **[Nur LK] Leistungsüberprüfung: Fließt verbindlich in die Klausur Nr. 1 in Q2.1 ein (180 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II).**

Unterrichtsvorhaben Q2-VIII: Statistik und Wahrscheinlichkeit

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase (GK S. 170–199 / LK S. 218–247) | **Zeitbedarf:** GK: ca. 29 U-Std. | LK: ca. 29 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Stochastik (S)
Inhaltliche Schwerpunkte: Statistische Erhebungen und Stichprobenbeurteilung; Lage- und Streumaße; Verwendung des Summenzeichens Σ; stochastische Simulationen; mehrstufige Zufallsexperimente und Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen); Baumdiagramme und Pfadregeln (Multiplikations- und Additionsregel); Gegenereignis und Mengenoperationen (Schnittmenge, Vereinigungsmenge, Differenzmenge: A ∩ B, A ∪ B, A \ B); Vierfeldertafeln; bedingte Wahrscheinlichkeiten P_B(A) = P(A ∩ B) / P(B); Satz von Bayes; Prüfung auf stochastische Unabhängigkeit (P(A ∩ B) = P(A)·P(B)); Begriff der Zufallsgröße X; Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen; Kenngrößen: Erwartungswert E(X) = μ = Σ xi·P(X=xi), Varianz V(X) = Σ (xi - μ)²·P(X=xi) und Standardabweichung σ(X) = √V(X); faire Spiele und Entscheidungsregeln im Sachkontext

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … • planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (GK-1 / LK-1). • untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen und verwenden das Summenzeichen (GK-2 / LK-2). • verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen digitale Werkzeuge (GK-3 / LK-3). • verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und Berechnung von	**Operieren:** • berechnen Wahrscheinlichkeiten, Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen kalkülfest von Hand (Ope-1, Ope-3, Ope-4). • führen Darstellungswechsel zwischen Text, Baumdiagramm, Vierfeldertafel und Wahrscheinlichkeitsverteilung sicher aus (Ope-5). • nutzen das MMS (Casio ClassPad II) zur Berechnung von Kenngrößen und Tabellenkalkulation (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • übertragen reale Entscheidungssituationen (z. B. medizinische Screening-Tests, Qualitätskontrollen, Glücksspiele,	**Didaktischer Schwerpunkt:** Intensives Trainieren der Unterscheidung zwischen Schnittwahrscheinlichkeit P(A ∩ B) ('sowohl als auch') und bedingter Wahrscheinlichkeit P_B(A) ('A unter der Bedingung B'); Invertieren von Baumdiagrammen über Vierfeldertafeln. **Erwartungswert & Streuung:** Deutung des Erwartungswerts als langfristiger Durchschnittswert / Mittelwert; Definition eines 'fairen Spiels' (E(Gewinn) = 0 bzw. E(Auszahlung) = Einsatz). **MMS & CAS:** Casio ClassPad II: Nutzung der Tabellenkalkulation (Spreadsheet) und Statistik-Funktionen zur Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen. **[Nur LK] Exkurs: Stochastische Prozesse und Übergangsmatrizen (Markov-Ketten) zur**

Wahrscheinlichkeiten (GK-4 / LK-4). • bestimmen das Gegenereignis Ā, verknüpfen Ereignisse durch Mengenoperationen (A\B, A∩B, A∪B) und bestimmen zugehörige Wahrscheinlichkeiten (GK-5 / LK-5). • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten (GK-6 / LK-7). • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit (GK-7 / LK-8). • lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten (GK-8 / LK-9). • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen (GK-9 / LK-10). • bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen (GK-10 / LK-11).	Versicherungsrisiken) in stochastische Modelle (Mod-3, Mod-4). • interpretieren bedingte Wahrscheinlichkeiten kritisch (Basisratenfehler bei Schnelltests) (Mod-6, Mod-7). **Problemlösen & Argumentieren:** • nutzen den 'Weg über natürliche Häufigkeiten' (z. B. 10.000 Personen) zur anschaulichen Lösung inverser bedingter Wahrscheinlichkeiten (Pro-4, Pro-5). • prüfen die Unabhängigkeit zweier Ereignisse rechnerisch und grenzen stochastische Unabhängigkeit von kausaler Beeinflussung ab (Arg-5, Arg-8). **Kommunizieren:** • formulieren stochastische Aussagen präzise ('Wahrscheinlichkeit von A unter der Bedingung B') (Kom-2, Kom-6).	**Modellierung dynamischer Zustandswechsel.** **Leistungsüberprüfung: Klausur Nr. 2 in Q2.1 (am Ende von UV Q2-VIII; Dauer: GK 135 Minuten, LK 180 Minuten; zweigeteilt: Teil A hilfsmittelfrei ca. 20–30 %, Teil B mit Casio ClassPad II; Abschluss des Halbjahres Q2.1).**

Unterrichtsvorhaben Q2-IX: Binomialverteilung

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase (GK S. 200–223 / LK S. 248–275) | **Zeitbedarf:** GK: ca. 21 U-Std. | LK: ca. 25 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Stochastik (S)
Inhaltliche Schwerpunkte: Bernoulli-Experimente (Treffer/Niete) und Bernoulli-Ketten der Länge n mit Trefferwahrscheinlichkeit p; Formel von Bernoulli zur Binomialverteilung: B(n; p; k) = (n über k) · p^k · (1-p)^(n-k); Histogramme von Binomialverteilungen und Einfluss der Parameter n und p (Symmetrie bei p=0,5, Rechtsschiefe/Linksschiefe, Glockenform bei großem n); Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen: Erwartungswert μ = n·p, Varianz V = n·p·(1-p), Standardabweichung σ = √(n·p·(1-p)); kumulierte Wahrscheinlichkeiten P(X ≤ k) und Gegenereignisregeln; Umkehraufgaben zur Bestimmung des Stichprobenumfangs n ('mindestens-Aufgaben'); Schätzung unbekannter Wahrscheinlichkeiten durch relative Häufigkeiten;
[Nur LK]: Kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten (n über k) als Anzahl der Pfade und hilfsmittelfreie Berechnung über Fakultäten; Sigma-Regeln (1σ-, 2σ- und 3σ-Umgebungen: 68,3 %, 95,4 %, 99,7 %) für prognostische Aussagen

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … • begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können (Bernoulli-Bedingung) (GK-11 / LK-12). • erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der	**Operieren:** • berechnen Wahrscheinlichkeiten von Bernoulli-Ketten für Einzeltreffer und kumulierte Treffer sicher mit dem MMS (Ope-3, Ope-12). • berechnen Erwartungswert μ und Standardabweichung σ binomialverteilter Größen ohne Hilfsmittel im Kopf (Ope-1, Ope-4).	**Didaktischer Schwerpunkt:** Sichere Übersetzung verbaler Bedingungen in Ungleichungen für die Zufallsgröße: 'höchstens k' -> P(X ≤ k); 'mindestens k' -> P(X ≥ k) = 1 - P(X ≤ k-1); 'weniger als k' -> P(X ≤ k-1); 'mindestens k1 und höchstens k2' -> P(k1 ≤ X ≤ k2) = P(X ≤ k2) - P(X ≤ k1-1). **MMS & CAS:** Casio ClassPad II: Befehle binomialPDf (genau k Treffer) und binomialCDf

Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung (GK-12 / LK-13). • nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen (GK-13 / LK-14). • interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit (GK-14 / LK-15). **[Nur LK] erklären die kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten und berechnen diesen in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel (LK-6).** **[Nur LK] nutzen die Sigma-Regeln für prognostische Aussagen über Häufigkeiten in Stichproben (LK-16).**	• nutzen das CAS zur Darstellung von Histogrammen und zur Bestimmung unbekannter Parameter n und p (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • identifizieren Bernoulli-Prozesse in authentischen Sachkontexten (Warenprüfung, Wahlergebnisse, medizinische Heilungschancen) (Mod-1, Mod-4). • reflektieren die Bernoulli-Bedingung (konstante Trefferwahrscheinlichkeit p, Unabhängigkeit) kritisch bei Ziehen ohne Zurücklegen aus großen Gesamtheiten (Mod-7, Mod-8). **Problemlösen:** • lösen 'mindestens-Aufgaben' systematisch über das Gegenereignis: P(X ≥ 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1-p)^n ≥ P_soll (Pro-5, Pro-7). **Argumentieren & Kommunizieren:** • begründen die Formel von Bernoulli über Pfadmultiplikation und die kombinatorische Pfadanzahl (Arg-5, Arg-6). • versprachlichen Wahrscheinlichkeitsaussagen (höchstens, mindestens, mehr als, weniger als, von ... bis ...) präzise (Kom-2, Kom-6).	(kumulierte Treffer von k_min bis k_max) im Main- und Statistik-Menü; grafische Darstellung von Histogrammen. **[Nur LK] Herleitung der Sigma-Regeln (Laplace-Bedingung σ > 3); Bestimmung von Intervallgrenzen für die 68%-, 95%- und 99%-Umgebungen um den Erwartungswert μ.** **[Nur LK] Exkurs: Optimal entscheiden – Entscheidungsregeln bei unvollständiger Information.** **Leistungsüberprüfung:** Wird nicht in einer isolierten Einzelklausur abgeprüft, sondern fließt verbindlich in die Vorabiturklausur Q2.2 unter Prüfungsbedingungen ein.

Unterrichtsvorhaben Q2-X: Prognose- und Konfidenzintervalle, Normalverteilung [Nur LK]

Lehrwerk: Lambacher Schweizer Q-Phase LK (Kapitel X, S. 276–307) | **Zeitbedarf:** GK: entfällt | LK: ca. 25 U-Std.
Inhaltsfeld(er): Stochastik (S)
Inhaltliche Schwerpunkte: [Reines Leistungskurs-Unterrichtsvorhaben!]
Beurteilende Statistik:
• Ermittlung von Prognoseintervallen für absolute und relative Häufigkeiten in Stichproben mithilfe der σ-Regeln;
• Konfidenzintervalle (Vertrauensintervalle) für den unbekannten Parameter p einer binomialverteilten Zufallsgröße auf Grundlage einer relativen Häufigkeit h (Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit);
• Abschätzung des für ein Konfidenzintervall vorgegebener Länge erforderlichen Stichprobenumfangs n (n ≥ 1/c² bei 95%-Sicherheit);
Stetige Zufallsgrößen und Normalverteilung:
• Unterscheidung von diskreten und stetigen Zufallsgrößen; Verteilungsfunktion als Integralfunktion F(x) = ∫_-∞^x f(t) dt;
• Die Gauß'sche Glockenkurve als Dichtefunktion; Einfluss des Erwartungswerts μ (Lage) und der Standardabweichung σ (Breite/Streuung) auf den Verlauf;
• Satz von de Moivre-Laplace (Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung); Stetigkeitskorrektur

Inhaltsbezogene Kompetenzen (GK / LK)	Prozessbezogene Kompetenzen (KLP NRW)	Vorhabenbezogene Absprachen & Vereinbarungen
Die Schülerinnen und Schüler … **[Nur LK] ermitteln mithilfe der σ-Regeln Prognoseintervalle für absolute und relative Häufigkeiten in**	**Operieren:** • berechnen Konfidenz- und Prognoseintervalle kalkülfest mit dem MMS (Ope-3, Ope-12).	**[Nur LK] Methodischer Standard: Saubere didaktische Trennung zwischen Prognoseintervall (Parameter p ist bekannt -> Aussage über die relative Häufigkeit h) und**

einer Stichprobe und interpretieren diese im Sachkontext (LK-16). **[Nur LK] ermitteln auf Grundlage einer relativen Häufigkeit ein Konfidenzintervall für den Parameter p einer binomialverteilten Zufallsgröße und interpretieren das Ergebnis im Sachkontext (Schluss von der Stichprobe auf die Gesamtheit) (LK-17).** **[Nur LK] schätzen den für ein Konfidenzintervall vorgegebener Länge erforderlichen Stichprobenumfang ab (LK-18).** **[Nur LK] unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion (LK-19).** **[Nur LK] untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen (LK-20).** **[Nur LK] beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion ('Gauß'sche Glockenkurve') (LK-21).**	• nutzen das CAS (Casio ClassPad II) zur Bestimmung von Normalverteilungswahrscheinlichkeiten (normCDf-Befehl) und Grenzwerten (Ope-11, Ope-12). **Modellieren:** • erfassen reale Test- und Umfragekontexte (Wahlforschung, Qualitätskontrollen, biometrische Messreihen) in statistischen Modellen (Mod-1, Mod-3). • interpretieren Vertrauensintervalle fachlich korrekt: 'Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % überdeckt das ermittelte Intervall den wahren Parameter p' (Mod-6, Mod-7). **Problemlösen & Argumentieren:** • begründen die Vergrößerung des Stichprobenumfangs zur Halbierung der Intervallbreite (Vervierfachung von n erforderlich!) (Arg-5, Arg-6). • analysieren Fehlschlüsse bei der Interpretation von Konfidenzintervallen in Alltagsmedien (Arg-9, Arg-12). **Kommunizieren:** • verwenden statistische Fachbegriffe (Sicherheitsniveau, Konfidenzintervall, Dichtefunktion, Gauß'sche Glockenkurve, Parametereinfluss) präzise (Kom-2, Kom-6).	**Konfidenzintervall (relative Häufigkeit h ist bekannt -> Schätzung für den unbekannten Parameter p).** **[Nur LK] Stichprobenumfang: Formel zur Abschätzung der Länge l des Konfidenzintervalls: $l = 2 \cdot c \cdot \sqrt{(h \cdot (1-h)/n)}$ bzw. konservative Abschätzung mit $h = 0{,}5$ ($l \leq c / \sqrt{n}$ -> $n \geq (c/l)^2$).** **[Nur LK] Normalverteilung: Vernetzung mit der Analysis (Dichtefunktion als Extremwert- und Wendepunktkurve mit Wendestellen bei $x = \mu \pm \sigma$; Gesamtfläche unter der Dichtefunktion ist exakt 1).** **[Nur LK] MMS & CAS: Casio ClassPad II: Befehle normPDf, normCDf und invNormCDf im Main- und Statistik-Menü; Konfidenzintervall-Berechnung (One-Sample Z-Interval).** **[Nur LK] Exkurs: Normalverteilung und Normal-Quantil-Plots zur Prüfung auf Normalverteiltheit.** **[Nur LK] Leistungsüberprüfung: Fließt verbindlich in die Vorabiturklausur Q2.2 im Leistungskurs ein.**

2.1.5 Abiturvorbereitung, Vorabiturklausur und Mündliche Abiturprüfungen

In der Abschlussphase des zweiten Kurshalbjahres der Q2 (vor den Osterferien) erfolgt eine intensive Wiederholungs- und Übungsphase. Der Unterricht verzahnt alle drei Inhaltsfelder (Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik) anhand komplexer Abiturprüfungsaufgaben der vergangenen Jahre. Ein besonderer didaktischer Schwerpunkt liegt auf dem gezielten Training des hilfsmittelfreien Prüfungsteils A: Die Schülerinnen und Schüler wiederholen elementare Grundkompetenzen (Termumformungen, Nullstellen, Ableitungen, Stammfunktionen, lineare Gleichungssysteme, Skalarprodukte, elementare Baumdiagramme und Pfadregeln) unter Zeitdruck, um die obligatorischen 20 bis 30 % der Klausurpunkte ohne Zuhilfenahme des CAS-Rechners souverän zu sichern.

Gemäß Fachkonferenzbeschluss und APO-GOSt wird in Q2.2 eine umfassende Vorabiturklausur geschrieben. Sie findet für alle Schülerinnen und Schüler des Leistungskurses (Dauer: 4,25 Zeitstunden / 255 Minuten) sowie für diejenigen des Grundkurses, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben (Dauer: 3 Zeitstunden / 180 Minuten), unter realen Prüfungsbedingungen statt. Die Klausur gliedert sich exakt nach dem Muster des Zentralabiturs in einen hilfsmittelfreien Teil A und einen CAS-gestützten Teil B (Casio ClassPad II). Sie bildet die Grundlage für eine detaillierte kriteriengeleitete Rückmeldung über den individuellen Leistungsstand vor den zentralen Prüfungen.

Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 4. Abiturfach belegen, werden im Rahmen des Unterrichts gezielt auf die mündliche Prüfungssituation vorbereitet. Dies umfasst das selbstständige Strukturieren und Präsentieren einer mathematischen Aufgabe während der 30-minütigen Vorbereitungszeit, den freien Fachvortrag im ersten Prüfungsteil (ca. 10 bis 15 Minuten) sowie das Führen eines diskursiven Fachgesprächs im zweiten Prüfungsteil (ca. 10 bis 15 Minuten), das mindestens zwei Inhaltsfelder vernetzt und ein vertieftes Verständnis theoretischer Zusammenhänge einfordert. Dieses Vorgehen soll im Rahmen der Qualifikationsphase in der Regel zweimal im Rahmen des Unterrichts durchgeführt werden.

2.2 Grundsätze der fachdidaktischen und methodischen Arbeit

Die fachdidaktische und methodische Arbeit in der gymnasialen Oberstufe am Mariengymnasium Essen-Werden orientiert sich am Leitziel einer vertieften mathematischen Allgemeinbildung und der systematischen Hinführung zur allgemeinen Studierfähigkeit. Der Unterricht knüpft an die in der Sekundarstufe I erworbenen inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen an und führt diese im Sinne eines kumulativen Spiralcurriculums auf wachsendem Abstraktionsniveau fort. Er begreift mathematisches Lernen als aktiven, konstruktiven Erkenntnisprozess, der durch kognitiv aktivierende Lernumgebungen, problemorientierte Kontexte und eine Kultur des gemeinsamen Diskurses getragen wird. Dabei gelten für die Fachschaft Mathematik verbindliche Grundsätze:

Didaktische Balance: CAS-Integration und hilfsmittelfreie Basiskompetenzen

Der Unterricht in der Sekundarstufe II verknüpft die gezielte Nutzung moderner Technologien mit der kontinuierlichen Festigung handschriftlicher Rechenkompetenzen. Im Zentrum der informationstechnischen Bildung steht das grafik- und algebrafähige Computeralgebrasystem Casio ClassPad II. Das CAS wird als mathematisches Werkzeug zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren, Erkunden und Modellieren komplexer Sachverhalte eingesetzt. Es entlastet Schülerinnen und Schüler von aufwändigen Kalkülen (z. B. höherdimensionale Gleichungssysteme, Ableitung komplizierter Funktionsterme, kumulierte Binomialverteilungen) und schafft Freiräume für begriffliches Verständnis, Modellierungskritik und Reflexion. Da der CAS-gestützte Teil B in Klausuren und im Zentralabitur ca. 70 bis 80 % der Gesamtpunkte ausmacht, liegt der methodische Schwerpunkt im Unterricht verlässlich auf dem reflektierten, zielgerichteten Rechnereinsatz. Gleichzeitig wird das hilfsmittelfreie Operieren (ca. 20 bis 30 % der Prüfungsleistung in Teil A) kontinuierlich trainiert. Zwar existiert kein starres Zwei-Phasen-Modell, jedoch werden beide Arbeitsweisen – das verständige Rechnen von Hand (Ableitungsregeln, pq-Formel, Satz vom Nullprodukt, Skalarprodukt) und das effiziente Lösen mit dem CAS – im Unterrichtsalltag systematisch und parallel eingeübt.

Wissenschaftspropädeutik und Differenzierung zwischen Grund- und Leistungskurs

Die gymnasiale Oberstufe führt die Lernenden schrittweise an universitäre und wissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen heran. Diese Wissenschaftspropädeutik wird im Leistungskurs und im Grundkurs profilgerecht akzentuiert:

Im Leistungskurs steht eine vertiefte wissenschaftliche Arbeitsweise im Mittelpunkt. Sie zeichnet sich durch formale Strenge bei Definitionen und Sätzen, logisch lückenlose Argumentationsketten sowie die regelmäßige Durchführung und den Nachvollzug formaler mathematischer Beweise (z. B. Beweis der Ableitungsregeln über Grenzwerte von Differenzenquotienten, Begründung des Hauptsatzes der Analysis,

Herleitung der Hesseschen Normalenform) aus. Zur Förderung von Selbstständigkeit und Fachkommunikation werden im Leistungskurs anspruchsvolle Kurzreferate zu mathematischen Vertiefungsthemen, eigenständige Herleitungsphasen sowie Methoden im Sinne von 'Lernen durch Lehren' (eigenständige Übernahme von Unterrichtssequenzen durch Schülerinnen und Schüler auf eigener Initiative) verbindlich gefördert und honoriert.

Im Grundkurs erfolgt die wissenschaftspropädeutische Grundlegung anwendungsbezogen und phänomenologisch. Fachliche Begriffe werden vornehmlich über anschauliche Grundvorstellungen und lebensweltliche Kontexte fundiert; formale Beweise treten zugunsten plausibler, sachlogischer Begründungen und heuristischer Plausibilitätsprüfungen in den Hintergrund.

Medienintegration und digitale Heftführung via Microsoft OneNote

Im Gegensatz zur verpflichtenden analogen Heftführung der Sekundarstufe I ist in der Sekundarstufe II am Mariengymnasium die digitale Heft- und Kursmappenführung auf den schuleigenen iPads über Microsoft OneNote ausdrücklich erlaubt und bildet den gelebten Regelfall. Schülerinnen und Schüler führen ihr digitales Mathematik-Notizbuch strukturiert mit handschriftlichen Notizen (Apple Pencil), integrieren digitale Arbeitsblätter, Screenshots von CAS-Ausgaben und dynamische GeoGebra-Graphen. Dies fördert eine zeitgemäße, vernetzte Medienkompetenz und bereitet auf papierlose Studien- und Arbeitsformen vor. Im Unterrichtsgeschehen nutzen die Lehrkräfte überwiegend die Casio ClassPad App auf dem iPad und spiegeln diese drahtlos via Screenshare auf die interaktiven Promethean Boards. Dadurch werden Rechnerbedienung, Menüpfade und Lösungsstrategien für das gesamte Kursplenum transparent demonstriert, während Tafelseiten für handschriftliche Beweise und Tafelbilder simultan gesichert und in die digitalen Kursnotizbücher exportiert werden können.

Kognitive Aktivierung, kooperatives Lernen und Fehlersensibilität

Mathematischer Erkenntnisgewinn vollzieht sich im Spannungsfeld von individueller Konzentration und diskursivem Austausch. Der Unterricht wechselt gezielt zwischen Phasen konzentrierter Einzelarbeit und kooperativen Arbeitsformen (Think-Pair-Share, Lerntempoduett, Gruppenpuzzle, Tandemarbeit). Aufgabenstellungen zeichnen sich durch kognitive Aktivierung aus und eröffnen bewusst Raum für heuristisches Probieren, das Aufstellen eigener Hypothesen und das Vergleichen alternativer Lösungswege. Im Sinne des christlich-katholischen Leitbilds prägt eine ermutigende, fehlersensible Lernkultur den Fachunterricht: Fehler, unvollständige Ansätze und Denk-Umwege gelten nicht als Defizit, sondern als produktive Lernanlässe. Das gemeinsame Analysieren von Fehlkonzepten im Plenum schärft die Begriffsabgrenzung und vertieft das mathematische Verständnis aller Lernenden.

Sprachsensibilität und verbindliches Operatorentraining

Mathematische Klarheit bedingt sprachliche Präzision. In der Sekundarstufe II wird das stufenweise Einüben exakter mathematischer Fachsprache, standardisierter Notationen und formaler Symbolik verbindlich eingefordert. Besonderes Gewicht liegt auf dem systematischen Training der vom Ministerium für Schule und Bildung NRW vorgegebenen mathematischen Operatoren für die schriftliche Abiturprüfung (z. B. nennen, beschreiben, berechnen, bestimmen, ermitteln, herleiten, begründen, zeigen, nachweisen, interpretieren, überprüfen, beurteilen). Die Schülerinnen und Schüler lernen, Aufgabenstellungen

kriterienorientiert entlang der geforderten Anforderungsbereiche (AB I bis AB III) zu decodieren und ihre Lösungs- und Begründungsschritte in vollständigen, syntaktisch präzisen Sätzen zu dokumentieren.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG NRW, § 13 bis § 16 APO-GOSt sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik für die Sekundarstufe II hat die Fachkonferenz Mathematik verbindliche Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Sie stellen transparente, lerngruppenübergreifend vergleichbare Maßstäbe für alle Fachlehrkräfte sicher und unterstützen Schülerinnen und Schüler durch kriteriengeleitetes Feedback bei der realistischen Selbsteinschätzung ihres Lernstands.

Beurteilungsbereiche und Gesamtnotenfindung

Die Leistungsbewertung im Fach Mathematik setzt sich bei schriftlicher Belegung gleichwertig aus den beiden Beurteilungsbereichen 'Klausuren' (schriftliche Arbeiten) und 'Sonstige Mitarbeit' (sonstige Leistungen im Unterricht) zusammen (Gewichtung 50% : 50%). Bei rein mündlicher Belegung bildet der Bereich der Sonstigen Mitarbeit zu 100 % die Grundlage der Zeugnisnote.

Eine rein arithmetische Ermittlung der Halbjahres- bzw. Abschlussnote ist unzulässig. Die Gesamtnote wird als pädagogische Gesamtbilanzierung gebildet. Dabei wird die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers im Verlauf des Halbjahres gewürdigt; ein positiver Leistungs- und Motivationstrend im Quartalsverlauf gibt im Zweifelsfall den Ausschlag zur besseren Notenstufe.

Beurteilungsbereich 'Klausuren' (Schriftliche Arbeiten)

Klausuren dienen der schriftlichen Überprüfung von Lernerfolgen und bereiten kontinuierlich auf die Anforderungen des Zentralabiturs vor. Sie berücksichtigen alle drei Anforderungsbereiche (AB I bis AB III), wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet. Ein Richtwert von mindestens ca. 10 bis 15 % der Gesamtpunktzahl entfällt auf den Anforderungsbereich III (Problemtransfer, Beweise, Reflexion). Alle Klausuren der Sekundarstufe II werden mit Erwartungshorizonten korrigiert, die den Schülerinnen und Schülern kriterienorientiert Rückmeldung über fachliche und formale Darstellungsleistungen geben.

Jede Klausur ab der Einführungsphase (EF.1) bis zur Qualifikationsphase (Q2.2) besteht verbindlich aus einem hilfsmittelfreien Prüfungsteil A (ca. 20 bis 30 % der Gesamtpunkte), der vor Ausgabe des CAS bearbeitet und abgegeben werden muss, sowie einem hilfsmittelgestützten Prüfungsteil B (mit Casio ClassPad II und Formelsammlung).

Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz ersetzt die Facharbeit in der Jahrgangsstufe Q1.2 die erste Klausur im zweiten Halbjahr (Klausur Nr. 3) für alle Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als Klausurfach belegt haben und ihre Facharbeit im Fach Mathematik verfassen.

In den Jahrgangsstufen der Sekundarstufe II gelten die im Abitur üblichen prozentualen Notengrenzen.

Übersicht über Klausuranzahl und Klausurdauern in der Sekundarstufe II

Die Fachkonferenz legt die Taktung und Dauer der Klausuren verbindlich fest:

• Einführungsphase (EF): 2 Klausuren je Halbjahr à 90 Minuten. Die 2. Klausur im 2. Halbjahr (EF.2) wird als landesweit einheitliche Zentrale Vergleichsklausur EF geschrieben.

• Grundkurse Qualifikationsphase (GK):

- Q1.1: 2 Klausuren à 90 Minuten

- Q1.2: 2 Klausuren à 90 Minuten (Klausur 1 wird bei Facharbeit im Fach Mathematik ersetzt)

- Q2.1: 2 Klausuren à 135 Minuten

- Q2.2: 1 Klausur unter Prüfungsbedingungen à 180 Minuten für Schülerinnen und Schüler mit Mathematik als 3. Abiturfach

• Leistungskurse Qualifikationsphase (LK):

- Q1.1: 2 Klausuren à 135 Minuten

- Q1.2: 2 Klausuren à 135 Minuten (Klausur 1 wird bei Facharbeit im Fach Mathematik ersetzt)

- Q2.1: 2 Klausuren à 180 Minuten

- Q2.2: 1 Klausur unter Abiturbedingungen à 255 Minuten für alle Kursteilnehmenden

Beurteilungsbereich 'Sonstige Mitarbeit' und Kriterienkatalog

Die Sonstige Mitarbeit erfasst die im Unterrichtsgeschehen kontinuierlich erbrachten Leistungen. Gemäß dem Grundsatzbeschluss der Fachschaft gilt das Prinzip: Qualität geht vor Quantität. Ein hohes Maß an fundierten, eigenständigen und weiterführenden Beiträgen wiegt schwerer als bloße Häufigkeit reproduktiver Äußerungen. In die Bewertung fließen folgende Aspekte ein:

• Unterrichtsbeteiligung im Plenum: Qualität, Kontinuität und Eigenständigkeit der Wortbeiträge; sachlogisches Argumentieren und präziser Gebrauch der Fachsprache; Eingehen auf Mitschülerbeiträge und konstruktives Aufgreifen von Fehlern.

• Mitarbeit in Einzelarbeitsphasen: Konzentration, Ausdauer, selbstständige Erschließung unbekannter Inhalte, zielgerichtete Nutzung von Hilfsmitteln (CAS, Formelsammlung, OneNote) und saubere schriftliche Dokumentation der Lösungswege.

• Mitarbeit in kooperativen Lernphasen (Partner- und Gruppenarbeiten): Teamfähigkeit, ergebnisorientierte Aktivität, Einbringen von Ideen, wechselseitiges Erklären und faire Arbeitsteilung.

• Häusliche Vor- und Nachbereitung: Regelmäßigkeit, Vollständigkeit und Sorgfalt bei Hausaufgaben; bei auftretenden Problemen müssen konkrete Schwierigkeiten schriftlich benannt werden; Vortragen und Erläutern von Hausaufgabenergebnissen.

• Schriftliche Übungen (Kurzüberprüfungen): maximal 20 Minuten Dauer; in der Regel angekündigt mit engem Bezug auf die Unterrichtsstunden der vorangegangenen Woche zur Überprüfung des Grundwissens, oder unangekündigt zur Hausaufgabenkontrolle bzw. am Ende einer Erarbeitungsstunde (selten).

• zusätzliche Leistungen: Freiwillige oder vereinbarte Kurzreferate (Gewichtung je nach Umfang 1 bis 2 Unterrichtsstunden) sowie die Übernahme von Unterrichtssequenzen im Rahmen von 'Lernen durch Lehren' auf eigene Initiative (Gewichtung 1 bis 5 Unterrichtsstunden).

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung

Die Kriterien der Notengebung werden den Schülerinnen und Schülern zu Beginn jedes Schuljahres transparent offengelegt. Am Ende jedes Quartals erhalten alle Lernenden eine verbindliche mündliche Rückmeldung über ihren aktuellen Leistungsstand im Bereich der Sonstigen Mitarbeit (unter Ausweisung von Qualität, Quantität und Entwicklungstrend). Diese Rückmeldung ist mit konkreten Hinweisen zur individuellen Leistungssteigerung und Lernstrategien verknüpft.

Verbindliches Bewertungsraster der Sonstigen Mitarbeit (Sekundarstufe II)

Note / Punkte	Qualitative Anforderungen	Quantitative Anforderungen
sehr gut (15 – 13 Punkte)	• Sehr gute, fundierte Kenntnisse über die bisherigen Kursinhalte; herausragendes Abstraktionsvermögen. • Fähigkeit, bei komplexen Sachverhalten eigenständig zu problematisieren, zu strukturieren und theoriegeleitet zusammenzufassen. • Häufiges, selbstständiges Einbringen weiterführender Beiträge und kreativer Lösungsansätze auch über den aktuellen Unterrichtsstoff hinaus. • Präzise, flüssige, fachsprachlich und methodisch absolut sichere Formulierung.	Konstant herausragende, aktive und eigenständige Mitarbeit in fast allen Unterrichtsstunden.
gut (12 – 10 Punkte)	• Gute, sichere Kenntnisse über die bisherigen Kursinhalte; gutes Abstraktions- und Transfervermögen. • Fähigkeit, komplexe Sachverhalte eigenständig zu strukturieren und präzise zusammenzufassen. • Regelmäßiges Einbringen weiterführender Beiträge und selbstständiges Lösen von Aufgaben. • Verständliche, flüssige und überwiegend fehlerfreie Formulierungen unter sicherer Nutzung der Fachbegriffe.	Konstant gute, verlässliche Mitarbeit in fast allen Unterrichtsstunden.
befriedigend (9 – 7 Punkte)	• Zufriedenstellende, solide Kenntnisse über die bisherigen Kursinhalte. • Fähigkeit, Aufgaben im Rahmen eines teilweise vorgegebenen Lösungsweges erfolgreich zu bearbeiten. • Gelegentliches Einbringen weiterführender Gedanken; Beteiligung an Unterrichtsgesprächen. • Verständliche, überwiegend fachlich korrekte Formulierungen; Fachsprache wird im Wesentlichen beherrscht.	Konstante, regelmäßige Mitarbeit in den meisten Unterrichtsstunden.
ausreichend (6 – 5 Punkte)	• Teilweise lückenhafte Kenntnisse über die bisherigen Kursinhalte; Grundbegriffe sind vorhanden. • Bearbeitung von Aufgaben gelingt bei Vorgabe strukturierter Lösungswege und Hilfestellungen. • Beiträge sind oft rein reproduktiv und auf ein abgegrenztes Thema im gelernten Zusammenhang beschränkt. • Verständliche, aber knappe Formulierungen, teilweise unvollständig oder mit leichten fachsprachlichen Mängeln.	Unregelmäßige Mitarbeit; Beiträge erfolgen teilweise erst nach Aufforderung durch die Lehrkraft.
schwach ausreichend (4 Punkte)	• Lückenhafte Kenntnisse über die bisherigen Kursinhalte; Grundfertigkeiten nur unsicher verfügbar. • Aufgaben können auch bei vorgegebenem Lösungsweg nur teilweise erfolgreich bearbeitet werden. • Wenige, rein reproduktive und oft unstrukturierte Beiträge. • Gelegentlich unpräzise oder fehlerhafte fachsprachliche Formulierungen.	Seltene Mitarbeit im Unterricht; überwiegend nur nach direkter Ansprache.
mangelhaft (3 – 1 Punkte)	• Stark lückenhafte Kenntnisse über die bisherigen Kursinhalte; elementare Grundkenntnisse fehlen weitgehend. • Auch unter Anleitung kaum in der Lage, Beiträge zu strukturieren oder Aufgaben erfolgreich zu bearbeiten.	Sehr seltene, passive Haltung im Unterricht; Mitarbeit fast ausschließlich nach Aufforderung.

	• Kaum Beiträge; wenn vorhanden, meist unstrukturierte Teilergebnisse mit erheblichen fachlichen Fehlern. • Unkenntnis mathematischer Fachbegriffe.	
ungenügend (0 Punkte)	• Minimale oder gänzlich fehlende Kenntnisse über die Kursinhalte; völliges Fehlen von Grundfertigkeiten. • Auch auf direkte Nachfrage und mit Hilfestellung keine fachlichen Beiträge zum Unterricht. • Leistungsverweigerung (z. B. dauerhaft unentschuldigtes Fehlen, Plagiate, nicht gemachte Hausaufgaben).	Keine Mitarbeit im Unterricht vorhanden.

Orientierungsmatrix: Zusammenspiel von Qualität und Quantität

Qualität / Quantität ↓	ständig (mehrfach pro Std.)	regelmäßig (min. 1x pro Std.)	selten (meist auf Ansprache)	nie
gut und umfassend	sehr gut (15 – 13 P.)	gut (12 – 10 P.)	befriedigend (9 – 7 P.)	ungenügend (0 P.)
richtig, aber knapp	gut (12 – 10 P.)	befriedigend (9 – 7 P.)	ausreichend (6 – 5 P.)	ungenügend (0 P.)
mit kleinen Mängeln	befriedigend (9 – 7 P.)	ausreichend (6 – 5 P.)	mangelhaft (3 – 1 P.)	ungenügend (0 P.)
mit erheblichen Mängeln	ausreichend (6 – 5 P.)	mangelhaft (3 – 1 P.)	ungenügend (0 P.)	ungenügend (0 P.)

2.4 Lehr- und Lernmittel

Die Fachkonferenz Mathematik am Mariengymnasium Essen-Werden hat die folgenden analogen und digitalen Lehr- und Lernmittel für die Sekundarstufe II verbindlich festgelegt:

Eingeführte Lehrwerke:

- **Einführungsphase (EF):** Lambacher Schweizer Einführungsphase (Ernst Klett Verlag, Ausgabe Nordrhein-Westfalen G9, ISBN 978-3-12-735471-3).
- **Qualifikationsphase Grundkurs (GK):** Lambacher Schweizer Qualifikationsphase Grundkurs (Ernst Klett Verlag, Ausgabe Nordrhein-Westfalen G9, ISBN 978-3-12-735491-1).
- **Qualifikationsphase Leistungskurs (LK):** Lambacher Schweizer Qualifikationsphase Leistungskurs/Grundkurs (Ernst Klett Verlag, Ausgabe Nordrhein-Westfalen G9, ISBN 978-3-12-735481-2).
- **Zusatzmaterialien: e**rgänzende Arbeitshefte und Klausurtrainingsmodule der Lambacher Schweizer-Reihe zur individuellen Förderung und Vorbereitung auf das Zentralabitur.

Digitale Mathematikwerkzeuge und Software:

- **Computeralgebrasystem (CAS) der Schülerinnen und Schüler:** Casio ClassPad II (fx-CP400) als verbindliches, grafik- und algebrafähiges Handheld-Gerät für Unterricht, Klausuren und Abiturprüfung. Vorhaltung eines schuleigenen Reservebestands für Leistungserhebungen sowie Betrieb einer schulischen Rechnerbörse zur Weitergabe durch Abiturienten.
- **Präsentationswerkzeuge der Lehrkräfte:** Casio ClassPad App auf den iPads der Lehrkräfte mit drahtloser Bildübertragung via Screenshare auf die interaktiven Promethean Boards aller Kursräume.
- **Dynamische Geometriesoftware (DGS) & Funktionenplotter:** GeoGebra (Graphik-, CAS- und 3D-Rechner-App) auf den schuleigenen iPads zur dynamischen Erkundung von Funktionsscharen und räumlichen Konfigurationen.

- **Tabellenkalkulation:** Microsoft Excel auf iPads und an den PC-Arbeitsplätzen der beiden Informatikräume (Zufallssimulationen, numerische Iterationen, Wachstumsmodelle).

Nachschlagewerke und Formelsammlungen:

- **Amtliche Formelsammlung:** Formelsammlung für die schriftliche Abiturprüfung (herausgegeben vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen IQB; Ausgabe Freiburger Verlag, ISBN 978-3-86814-860-2). Verbindliche Einführung und Nutzung in allen Klausuren ab der Einführungsphase sowie im Zentralabitur.

Digitale Arbeitsumgebung & Organisation:

- **Digitale Kursheftführung:** Microsoft OneNote als standardmäßiges digitales Notizbuch auf den iPads aller Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe II.
- **Lernplattform & Materialfundus:** Microsoft Teams als zentrale Plattform für Kursorganisation, Bereitstellung digitaler Aufgabenblätter, Diagnosebögen und den schulinternen Klausurenfundus.

Analoge Anschauungsmittel und Fachsammlung:

- **Fachsammlung Mathematik:** Dreidimensionale Körper- und Hohlkörpermodelle, Demonstrationsgerüste für das räumliche Koordinatensystem (x1-, x2-, x3-Achse mit Normalenvektoren und Ebenenbespannung), Großtafelzeichengeräte sowie haptische Stochastik-Materialien (Würfelsätze, Galton-Bretter, Zufallsgeneratoren).

3 Entscheidungen zu fach- oder unterrichtsübergreifenden Fragen

Der Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe am Mariengymnasium Essen-Werden steht in einem ständigen, fruchtbaren Dialog mit Nachbardisziplinen sowie mit dem übergeordneten Schulprofil als katholische, MINT-freundliche und Digitale Schule. Die Erschließung komplexer Wirklichkeitsbereiche erfordert den Blick über die reinen Fachgrenzen hinaus. Um inhaltliche Redundanzen zu den allgemeinen Rahmenbedingungen (Kapitel 1) und zu den fachdidaktischen Grundsätzen (Kapitel 2.2) zu vermeiden, regelt dieses Kapitel die verbindlichen interdisziplinären Absprachen mit kooperierenden Fachkonferenzen, die unterrichtliche Umsetzung der curricularen Eigenprägung des Schulträgers (Bistum Essen) sowie die feste Einbindung wissenschaftsorientierter mathematischer Wettbewerbe und Kooperationen mit außerschulischen Partnern in das Schulleben der Sekundarstufe II.

3.1 Fächerübergreifende und fächerverbindende Absprachen in der Sekundarstufe II

Kooperation mit dem Fach Physik:

- **Differentialrechnung und Kinematik:** Die Einführung der Ableitung als lokale Änderungsrate (EF, UV EF-III) wird zeitlich eng mit der physikalischen Fachschaft synchronisiert. Sie bildet die formale Grundlage für die Definition von Momentangeschwindigkeit ($v(t) = s'(t)$) und Momentanbeschleunigung ($a(t) = v'(t) = s''(t)$) in der Oberstufenmechanik.
- **Integralrechnung und dynamische Erhaltungsgrößen:** Das Konzept der Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten (Q1, UV Q1-II) wird im Physikunterricht unmittelbar zur Bestimmung der verrichteten Arbeit ($W = \int F(s)\, ds$), der elektrischen Ladung ($Q = \int I(t)\, dt$) sowie der potentiellen und kinetischen Energie herangezogen.

- **Vektoralgebra, Skalarprodukt und Kraftzerlegung:** Die dreidimensionale Vektorgeometrie und das Skalarprodukt (EF/Q1, UV EF-V und Q1-V) liefern das mathematische Instrumentarium für die Zerlegung von Kräften an schiefen Ebenen, für Drehmomente, die Bewegung geladener Teilchen im homogenen Magnetfeld (Lorentzkraft) sowie für das Skalarprodukt bei der Definition des magnetischen und elektrischen Flusses.

Kooperation mit dem Fach Informatik:

- **Algorithmik und numerische Näherungsverfahren:** Numerische Lösungsverfahren (wie das Newton-Verfahren zur Nullstellenbestimmung oder Rekursionsformeln beim begrenzten Wachstum) werden zwischen Mathematik und Informatik vernetzt. Schülerinnen und Schüler implementieren diese Iterationsalgorithmen in Programmiersprachen (z. B. Python) oder Tabellenkalkulationen.
- **Lineare Gleichungssysteme und Matrizenstrukturen:** Die Behandlung des Gauß-Algorithmus (Q2, UV Q2-VI) knüpft direkt an Datenstrukturen zweidimensionaler Arrays und Matrizen in der Informatik an; im Leistungskurs werden stochastische Prozesse und Übergangsmatrizen (Markov-Ketten) fächerverbindend beleuchtet.

Kooperation mit dem Fach Biologie:

- **Populationsdynamik und Infektionsmodelle:** Modellierungen des ungehemmten, begrenzten und logistischen Wachstums von Bakterienkulturen sowie epidemiologische Ausbreitungskurven (SIR-Modelle) vernetzen mathematische Differenzialgleichungsansätze direkt mit ökologischen und physiologischen Inhalten der Biologie.

3.2 Curriculare Eigenprägung des Schulträgers

Unter dem übergeordneten Jahresthema 'MGW – Nachhaltigkeit beginnt bei UNS' verknüpft die Fachschaft mathematische Modellierungsaufgaben in der Analysis (Q1) explizit mit der Bewahrung der Schöpfung und christlicher Verantwortung. Die Schülerinnen und Schüler analysieren die mathematischen Gesetzmäßigkeiten des exponentiellen Wachstums und reflektieren die zwingende Notwendigkeit des Übergangs zu nachhaltigen, kreislauforientierten Gleichgewichtsmodellen angesichts endlicher planetarer Ressourcen. Bei der Behandlung mehrstufiger Zufallsprozesse, von Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Q2, UV Q2-VIII bis Q2-X) greift der Unterricht die von der bistumsweiten Arbeitsgruppe erarbeitete theologische Leitfrage auf: 'Inwiefern gibt es vor Gott Zufall?' Die Lernenden erkennen, dass stochastische Modelle ein mächtiges rationales Instrument darstellen, um Ungewissheit, Risiko und Kontingenz quantitativ zu strukturieren, ohne dass damit theologische Sinnfragen nach Vorsehung, Freiheit und menschlicher Handlungsverantwortung obsolet werden. Die vertiefte Behandlung von Konfidenzintervallen, bedingten Wahrscheinlichkeiten und dem Basisratenfehler schult eine christlich fundierte Urteilskraft gegenüber medialer Datenmanipulation, Testauswertungen (z. B. in Medizin, DNA-Analysen und Justiz) und algorithmischen Entscheidungssystemen (Künstliche Intelligenz).

3.3 Wissenschaftsorientierte Wettbewerbe, Facharbeiten und MINT-Schulleben

- **Gruppenwettbewerb 'Macht Mathe' (Alympiade und B-Tag):** Der renommierte, von der Universität Utrecht und dem Freudenthal-Institut koordinierte internationale Mathematik-Wettbewerb ist für alle Schülerinnen und Schüler der Mathematik-Leistungskurse am Mariengymnasium verbindlich verankert und steht interessierten Grundkursen offen. Er fordert das mehrstündige, teamorientierte Modellieren

offener, hochgradig komplexer Realprobleme und führte in den letzten Jahren regelmäßig zu erfolgreichen Teilnahmen an den Landes- und Bundesrunden.

- **Facharbeiten mit forschungsorientiertem Charakter:** Die Facharbeit in der Jahrgangsstufe Q1.2 (die bei Belegung als Klausurfach die 1. Klausur ersetzt) wird von den Fachlehrkräften gezielt für forschendes Lernen genutzt. Die Themenstellungen zeichnen sich durch eigenständige mathematische Modellierungen (z. B. Flugbahnberechnungen, Brückenkonstruktionen, epidemiologische Simulationen) oder die Verknüpfung von Fachmathematik mit IT-Werkzeugen (GeoGebra, CAS, Python) aus.
- **Extracurriculare MINT-Förderung und Hochschulkooperationen:** Leistungsstarke und besonders motivierte Jugendliche werden kontinuierlich bei der Teilnahme an der Mathematik-Olympiade (Essener Stadtrunde, Landesrunde) und dem Bundeswettbewerb Mathematik unterstützt. Ergänzend vermittelt die Fachschaft Kontakte zu universitären Schülerzirkeln (Universität Duisburg-Essen) sowie zu Programmen wie den LernFerien NRW und der JuniorAkademie NRW.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum des Faches Mathematik für die gymnasiale Oberstufe am Mariengymnasium Essen-Werden versteht sich als prozessorientiertes Steuerungsinstrument, das die Qualität unterrichtlicher Prozesse kontinuierlich sichert, überprüft und weiterentwickelt. Ziel der Qualitätssicherung in der Sekundarstufe II ist es, die Vergleichbarkeit von Leistungsanforderungen in den parallelen Kursen verlässlich zu gewährleisten, den kumulativen Kompetenzaufbau von der Einführungsphase bis zum Abitur abzusichern und auf der Basis empirischer Rückmeldungen datengestützte Maßnahmen zur Unterrichtsentwicklung zu ergreifen. Dadurch wird sichergestellt, dass Schülerinnen und Schüler in Grund- und Leistungskursen gleichermaßen fundiert auf die zentralen Prüfungsformate des Landes Nordrhein-Westfalen vorbereitet werden.

Turnusmäßige Evaluation und curriculare Fortschreibung

Die systematische Überprüfung und Weiterentwicklung des schulinternen Curriculums der Sekundarstufe II findet verbindlich zu Beginn jedes Schuljahres auf der ersten Fachkonferenz am Ende der Sommerferien statt. Die in den Jahrgangsstufen EF, Q1 und Q2 unterrichtenden Kolleginnen und Kollegen berichten strukturiert über die Praxiserfahrungen mit den Unterrichtsvorhaben des vorangegangenen Schuljahres. Im Mittelpunkt stehen dabei die Passung der zeitlichen Kontingente, die Bewährung der eingeführten Lehrwerke Lambacher Schweizer (Ausgabe G9 NRW) sowie die didaktische Einbindung des Computeralgebrasystems Casio ClassPad II und der begleitenden iPad-Software (GeoGebra, OneNote). Die Gesamtverantwortung für die Evaluation und redaktionelle Fortschreibung des Curriculums liegt beim Fachvorsitz Mathematik. Dieser delegiert konkrete Arbeitsaufträge zielgerichtet an die jeweiligen Jahrgangsstufenteams der Oberstufe (EF-Team, Q1-Team, Q2-Team). Notwendige Modifikationen – wie die Anpassung von Zeitansätzen, Verschiebungen an den Schnittstellen zwischen Q1 und Q2 (etwa beim Unterrichtsvorhaben Vektoren und Winkel) oder methodische Nachsteuerungen – werden von der Fachkonferenz fachlich beraten und verbindlich beschlossen.

Datengestützte Unterrichtsentwicklung: Evaluation der Zentralen Klausur EF und des Zentralabiturs

Zentrale empirische Bezugspunkte für die fachliche Unterrichtsentwicklung in der Oberstufe bilden die landesweiten Ergebnisse der Zentralen Vergleichsklausur am Ende der Einführungsphase (ZKEF) sowie die

Ergebnisse der zentralen schriftlichen und mündlichen Abiturprüfungen. Die detaillierten Auswertungsberichte werden in der ersten Fachkonferenz des Schuljahres vorgestellt und vergleichend analysiert. Besonderes Augenmerk gilt dabei dem Abgleich der schulinternen Ergebnisse mit dem Landesdurchschnitt, der Identifikation von Leistungsdiskrepanzen zwischen parallelen Grundkursen sowie der Gegenüberstellung von Grund- und Leistungskursen. Darüber hinaus werden die Klausurleistungen differenziert nach den beiden Prüfungsteilen ausgewertet: Zeigen sich systematische Schwächen im hilfsmittelfreien Teil A (rechnerische Basiskompetenzen, algebraische Termumformungen, Grundableitungen) oder im CAS-gestützten Teil B (komplexe Modellierungen, reflektierte Werkzeugnutzung), beschließt die Fachkonferenz verbindliche unterrichtliche Schwerpunktsetzungen. Diese Kompetenzen werden in den unmittelbar darauffolgenden Unterrichtsvorhaben curricular verstärkt aufgegriffen und gezielt trainiert.

Parallele Klausuren, einheitliche Erwartungshorizonte und Qualitätssicherung durch die MINT-Koordination

Zur Sicherung transparenter und vergleichbarer Leistungsstandards werden Klausuren innerhalb einer Jahrgangsstufe in den parallelen Grundkursen (4 bis 5 Kurse in der EF, 4 Kurse in der Qualifikationsphase) sowie in den beiden Leistungskursen nach Möglichkeit parallel konzipiert und geschrieben. Zu Beginn des Schuljahres wird eine vollständige Parallelität der Aufgabenstellungen angestrebt. Im weiteren Verlauf des Schuljahres verständigen sich die Fachlehrkräfte auf gemeinsame verbindliche Kernaufgaben zu den obligatorischen Standards des Kernlehrplans, die durch kursspezifische Aufgabenanteile ergänzt werden können, um dem jeweiligen Lernfortschritt flexibel Rechnung zu tragen. Zu allen Klausuren werden die Erwartungshorizonte inklusive Bepunktungsrastern, Anforderungsbereichszuordnungen und Musterlösungen im Vorfeld im Jahrgangsstufenteam gemeinsam erstellt und abgestimmt. Dadurch wird sichergestellt, dass vergleichbare Bewertungsmaßstäbe gemäß § 48 SchulG NRW und APO-GOSt über alle Parallelkurse hinweg verlässlich eingehalten werden. Die schulweite Auswertung der Klausurergebnisse sowie stichprobenartige Querkorrekturen und Kriterienabgleiche erfolgen regelmäßig in enger Kooperation mit der MINT-Koordination der Schule. Dieses Verfahren gewährleistet einen objektiven Blick auf die Notenverteilungen, deckt etwaige Schieflagen frühzeitig auf und sichert ein schulweit homogenes Anforderungsniveau.

Kollegialer Austausch, digitaler Aufgabenfundus und Wissensmanagement auf Microsoft Teams

Um die Unterrichtsqualität nachhaltig abzusichern und Ressourcen im Kollegium effizient zu bündeln, pflegt die Fachschaft einen zentralen digitalen Aufgabenpool auf der schuleigenen Plattform Microsoft Teams. Dort werden konzipierte Klausuren, tabellarische Erwartungshorizonte, Musterlösungen, Diagnosebögen sowie Abiturvorbereitungsmodule jahrgangsbezogen archiviert und kontinuierlich fortgeschrieben. Dieser Fundus ermöglicht insbesondere neuen Kolleginnen und Kollegen sowie Referendarinnen und Referendaren eine verlässliche Orientierung an den bewährten Standards der Fachschaft. Ausgewählte, besonders gelungene digitale Unterrichtsmaterialien – wie GeoGebra-Applets zur Visualisierung von Funktionsscharen und 3D-Geometrie, Excel-Tabellen zur Stochastiksimulation sowie komplexe CAS-Lösungsdateien für das Casio ClassPad II – werden gezielt im Team geteilt und in kollegialen Kurzabsprachen praxisnah weiterentwickelt.

Partizipation und Feedbackkultur: Beteiligung von Eltern- und Schülervertretung

Gemäß dem Grundsatzbeschluss der Fachkonferenz Mathematik werden die gewählten Eltern- und Schülervertreterinnen und -vertreter aktiv und wertschätzend in die fachliche Weiterentwicklung der gymnasialen Oberstufe eingebunden. Um ihrer beratenden Funktion substanziell nachkommen zu können, erhalten sie im Vorfeld der Sitzungen alle wesentlichen Beschlussvorlagen und Informationsmaterialien. Für die gemeinsame Fachkonferenz mit den Gremienvertretern ist die Phase zwischen den Sommer- und den Herbstferien fest verankert. Sollten fachinterne Abstimmungen zu organisatorischen, prüfungsrechtlichen oder pädagogisch sensiblen Fragen erforderlich sein, führt das Fachkollegium unmittelbar vor Beginn eine kurze interne Vorbesprechung durch, bevor die gemeinsame Beratung mit Eltern und Schülerschaft stattfindet. Dieser transparente Dialog stärkt das gegenseitige Vertrauen und festigt eine partnerschaftliche Feedbackkultur am Mariengymnasium.